

**UNIVERSIDADE DO GRANDE RIO PROFESSOR JOSÉ DE SOUZA HERDY
UNIGRANRIO**

Nilton Miguel da Silva

**Lógica Matemática no Ensino Fundamental como Instrumento
Facilitador da Aprendizagem no Ensino da Matemática**

Duque de Caxias

2012

Nilton Miguel da Silva

**Lógica Matemática no Ensino Fundamental como Instrumento
Facilitador da Aprendizagem no Ensino da Matemática**

Dissertação apresentada à Universidade do Grande Rio Professor José de Souza Herdy, como parte dos requisitos parciais para obtenção do grau de mestre em Ensino das Ciências na Educação Básica.

Orientador: Prof. Abel Rodolfo Garcia Lozano

Co-orientador: Prof^a. Jurema Rosa Lopes

Duque de Caxias

2012

CATALOGAÇÃO NA FONTE/BIBLIOTECA – UNIGRANRIO

S586l Silva, Nilton Miguel da.
Lógica matemática no ensino fundamental como instrumento facilitador da Aprendizagem no Ensino da Matemática / Nilton Miguel da Silva. - 2012.
135 f. : il. ; 30 cm.

Dissertação (mestrado em Ensino de Ciências na Educação Básica) – Universidade do Grande Rio “Prof. José de Souza Herdy”, Escola de Educação, Ciências, Letras, Artes e Humanidades, 2012.

“Orientador Prof.º Abel Rodolfo Garcia Lozano”.

“Co-Orientadora: Prof.ª Jurema Rosa Lopes”.

Bibliografia: p. 101-108.

1. Educação. 2. Educação básica. 3. Raciocínio lógico. 4. Lógica.
5. Matemática – Estudo e ensino. 6. Professores – Formação. I. Lozano, Abel Rodolfo Garcia. II. Lopes, Jurema Rosa. III. Universidade do Grande Rio “Prof. José de Souza Herdy”. IV. Título.

CDD –370

Nilton Miguel da Silva

**Lógica Matemática no Ensino Fundamental como Instrumento
Facilitador da Aprendizagem Ensino da Matemática**

Dissertação apresentada à
Universidade do Grande Rio
Professor José de Souza Herdy, como
parte dos requisitos parciais para
obtenção do grau de mestre em
Ensino das Ciências na Educação
Básica.

Aprovada em 13 de agosto de 2012.

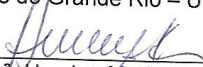
Banca Examinadora:



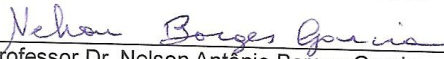
Professor Dr. Abel Rodolfo Garcia Lozano
Universidade do Grande Rio – UNIGRANRIO



Professor Dr^a. Jurema Rosa Lopes
Universidade do Grande Rio – UNIGRANRIO



Professor Dr^a. Haydea Maria Marino de Sant'Anna Reis
Universidade do Grande Rio – UNIGRANRIO



Professor Dr. Nelson Antônio Borges Garcia
Instituto Militar de Engenharia- IME



Professor Dr^a. Sara Ianda Correa Carmona
Universidade Federal do Rio Grande do Sul - UFRGS

Duque de Caxias
2012

A memória de meu pai, pelos ensinamentos e pelo exemplo de homem íntegro e dedicado que deixou e que norteiam a minha caminhada.

AGRADECIMENTOS

Nada acontece por acaso. “Quando a lógica, a ciência e a matemática desistem, as mãos de Deus explicam”. Obrigado Senhor.

Aos meus admiráveis orientadores, Professores Abel Rodolfo Garcia Lozano e Jurema Rosa Lopes, seguem meus agradecimentos mais efusivos. Com orientação clara, objetiva e segura me inspirou a tentar fazer sempre o melhor. Edwin Markham escreveu “há um destino comum que nos faz irmãos. Ninguém segue seu caminho absolutamente sozinho, recebemos em troca tudo o que damos aos outros.” Se isso for realmente verdade, estarei com uma dívida eterna com os professores Abel e Jurema.

Aos membros da banca examinadora, pela leitura deste trabalho e valiosas sugestões que contribuíram para o engrandecimento desta dissertação.

Aos meus pais, iniciadores desse processo todo, por contribuírem com minha formação moral.

Aos queridos amigos e companheiros do mestrado, Carlos Antônio de Souza, Helder França Froret e em especial a Cristina dos Reis pela paciência, ajuda, conversas e profundas discussões.

A todos os meus mestres, que se mostraram dispostos a ajudar com paciência, dedicação e amizade.

Em especial, um imenso agradecimento aos meus queridos amigos irmãos, Sara Ianda Correa Carmona e Nelson Antônio Borges Garcia pelo carinho, companheirismo, encorajamento, prestatividade e transmissão de conhecimentos. Seus incentivos, palavras e amizade contribuíram para o desenvolvimento do trabalho.

A todos meus ex-alunos, em especial meus alunos de 2011, fundamentais para esta pesquisa.

Aos funcionários da secretaria Denise Coelho Silva e Fabiane Machado Berbat por estarem sempre prontas a nos auxiliar.

“A imaginação é mais importante que o conhecimento.” (Albert Einstein).

RESUMO

A presente pesquisa objetiva analisar e comparar o desempenho escolar dos alunos, envolvidos em atividades que estimulam e desenvolvam o raciocínio lógico. Como desdobramento desse objetivo: pretendemos, elaborar material didático para subsidiar o professor nas propostas de atividades que desenvolvam o raciocínio lógico, identificar as vantagens da inclusão de atividades que desenvolvam o raciocínio lógico enquanto facilitadoras do ensino da matemática, segundo a opinião dos alunos envolvidos no projeto, e sugerir propostas de ensino/aprendizagem que ampliem as práticas da matemática no cotidiano das escolas públicas.

O campo empírico da presente investigação é uma escola municipal situada no Município de Duque de Caxias, na Baixada Fluminense - RJ. Os sujeitos do estudo são vinte alunos que compõem uma turma do 8º ano do Ensino Fundamental. Considerando estudos que apontam que o grande entrave seja o uso de uma metodologia mecânica e repetitiva, que não desperta o interesse do aluno, deixando de privilegiar a reflexão e a investigação, acreditamos que a inclusão de atividades que estimulem o raciocínio lógico como ferramenta facilitadora da aprendizagem da Matemática pode contribuir significativamente para a melhoria do ensino de matemática na educação básica.

Embora não possa afirmar que os alunos participantes do projeto tenham “aprendido mais matemática”, posso garantir que tenho alunos mais preparados, podem não ser capazes para demonstrar um teorema, mas certamente estão mais bem preparados para compreender a sua demonstração.

Palavras-chave: Ensino da matemática. Raciocínio Lógico. Lógica Matemática.

ABSTRACT

This research aims at analyzing and compare the performance of pupils, involved in activities that stimulate and develop logical reasoning. As a consequence of this objective: we want to develop educational materials to support the teacher in the proposed activities to develop logical reasoning and identify its benefits as a facilitator of mathematics teaching, in the opinion of students involved in the project, and suggest proposals to teaching / learning practices that enhance mathematics in public elementary schools.

The empirical scope of this research is a public school in Duque de Caxias, Baixada Fluminense - RJ. The study group is composed of twenty eighth graders. Taking into account studies that show that the greatest obstacle is the use of a mechanical and repetitive methodology, which does not arouse students' interest, not focusing on reflection and research, we believe that including activities that encourage logical reasoning as a facilitating tool to learn mathematics can contribute significantly to the improvement of mathematics teaching in basic education.

Although you cannot assert that students participating in the project has "learned more mathematics", I can assure you that most students have prepared, may not be able to prove a theorem, but certainly are better prepared to understand your demonstration.

Keywords: Teaching Mathematics. Logical Reasoning. Mathematics Logics.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	13
1 A LÓGICA MATEMÁTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL: INSTRUMENTO FACILITADOR DA APRENDIZAGEM	20
2 BREVE HISTÓRICO DA LÓGICA	27
2.1 CONTRIBUÍRAM PARA O DESENVOLVIMENTO DA LÓGICA	32
2.2 NOÇÕES DE LÓGICA	34
2.3 EDUCAÇÃO X ENSINO NA EDUCAÇÃO BÁSICA	34
3 A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E A CONTEXTUALIZAÇÃO DO ENSINO DA LÓGICA NO COTIDIANO ESCOLAR.....	44
4 UMA EXPERIÊNCIA EM ANÁLISE: O DESEMPENHO DE ALUNOS DO 8º ANO APÓS ATIVIDADES DE RACIOCÍNIO LÓGICO	54
4.1 DESCRIÇÕES DA EXPERIÊNCIA.....	55
4.2 ANÁLISE DOS RESULTADOS DA PROVA DIAGNÓSTICA.....	58
4.3 DESCRIÇÃO DAS ATIVIDADES EM SALA DE AULA COM BASE NA ANÁLISE DOS DADOS APRESENTADOS.....	61
4.4 DESCRIÇÃO DAS ATIVIDADES ESPECIAIS	72
4.5 DESCRIÇÃO DA ENTREVISTA E QUESTIONÁRIO DE AVALIAÇÃO DO PROJETO.....	91
5 ANÁLISE DOS RESULTADOS	93
5.1 CÁLCULO DO TESTE T- EMPARELHADO	95
6 CONSIDERAÇÕES FINAIS	98
REFERÊNCIAS.....	101
ANEXOS.....	109
ANEXO A: PROVAS APLICADAS.....	109
ANEXO B: REVISTA DO COLÉGIO SANTO INÁCIO	122
ANEXO C: PLANO DE AULA DO COLÉGIO SÃO BENTO	123
ANEXO D: MATERIAIS DE APOIO UTILIZADO EM SALA DE AULA	129

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 Índice PISA/2009	16
Figura 2 Índice IDEB/2009	16
Figura 3 Índice metas PISA e IDEB/2009	17
Figura 4 Adivinhar número	72
Figura 5 Calculadora quebrada	73
Figura 6 Aritmética	74
Figura 7 Letroca	75
Figura 8 Balança lógica	76
Figura 9 Torre de hanói	77
Figura 10 Genius	78
Figura 11 Jarros	79
Figura 12 Lâmpadas	81
Figura 13 O lobo e a ovelha	82
Figura 14 Tangran	83
Figura 15 Ponte escura	84
Figura 16 Travessia do rio	85
Figura 17 Seis sapos na lagoa	86
Figura 18 O jogo dos 15-Sam Loyd	87
Figura 19 Problema de lógica1	88
Figura 20 Problema de lógica2	88
Figura 21 Problema de lógica3	89
Figura 22 Amigas na escola	90
Figura 23 Prova1	115

Figura 24 Prova2.....	121
Figura 25 Revista do Colégio Santo Inácio	122
Figura 26 Não é um espiral	129
Figura 27 Qual o círculo maior?	130
Figura 28 Linhas tortas1.....	131
Figura 29 Linhas tortas2.....	132
Figura 30 Truque com cartas	134
Figura 31Leitor de mentes.....	135

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 Valor lógico dos conectivos	39
Tabela 2 Planejamento reforço1	62
Tabela 3 Lista de exercícios reforço1	62
Tabela 4 Planejamento reforço2	64
Tabela 5 Lista exercícios reforço2.....	64
Tabela 6 Planejamento reforço3	66
Tabela 7 Lista exercícios reforço3.....	66
Tabela 8 Planejamento reforço4	67
Tabela 9 Lista exercícios reforço4.....	68
Tabela 10 Planejamento reforço5	68
Tabela 11Lista exercícios reforço5.....	69
Tabela 12 Planejamento reforço6	70
Tabela 13 Lista exercícios reforço6.....	70
Tabela 14 Desempenho na prova seletiva	95
Tabela 15 Formação do par para o experimento	95
Tabela 16 Desempenho na prova final.....	96
Tabela 17 Dados estatísticos	96

INTRODUÇÃO

Essa pesquisa tem por objetivo, analisar e comparar o desempenho escolar dos alunos, envolvidos em atividades que estimulam e desenvolvam o raciocínio lógico, em relação ao desempenho de alunos não submetidos a essas atividades. Priorizaremos uma maior importância para o “ato de pensar”, de modo a permitir que os alunos se tornem capazes não só de compreender, mas que sejam capazes de reinventar ideias, para que os conteúdos possam ser aprendidos.

Intentamos assim, através de dados estatísticos, experiências bem sucedidas e pesquisa de campo, identificar os efeitos da inclusão de atividades que desenvolvam o raciocínio lógico, durante as aulas, como uma ferramenta importante para a construção do saber científico.

Buscamos também: elaborar material didático para subsidiar o professor nas propostas de atividades que desenvolvam o raciocínio lógico; identificar as vantagens da inclusão de atividades de lógica matemática, que desenvolvam o raciocínio lógico enquanto facilitadora do ensino da matemática e estimular a construção de conceitos de lógica matemática.

Este projeto foi direcionado a 34 alunos de uma turma do 8º ano do ensino fundamental de uma escola pública na cidade de Duque de Caxias e o estudo realizado durante seis semanas.

Os critérios utilizados pelo pesquisador na escolha das atividades, bem como do tempo de duração do experimento foram baseados em sua experiência como professor, vasto material disponibilizado pela internet, nas bibliografias pesquisadas sobre o tema, adequação a maturidade dos alunos e tempo e condições oferecidas pela instituição onde a experiência foi realizada, bem como, aplicar as atividades dentro da vivência dos alunos.

Vale a pena dizer ao aluno onde determinado tópico da matemática é usado, se o tópico tiver relação com o cotidiano do aluno, mas deve também

fazer o aluno abstrair de qualquer contexto prático, fortalecer a matemática pela matemática para usá-la em qualquer contexto.

Houve ainda a preocupação para que todas as atividades propostas e realizadas no computador fossem também reproduzidas sem o uso da tecnologia, em caso de eventual necessidade técnica.

A proposta dessa pesquisa tem caráter inédito, ao propor o estudo de Lógica Matemática para alunos do ensino fundamental, visto ter sido feita uma consulta em diferentes bancos de dados de teses e dissertações (CAPES, UNICAMP, PUC, USP, etc.) e não ter sido encontrado trabalho versando sobre este assunto, objeto do presente estudo.

O estudo também se apoia em aspectos preconizados nos Parâmetros Curriculares Nacionais PCN (1998), quando incentiva atividades que permitem questionar a realidade, formulando-se problemas e tratando de resolvê-los, utilizando para isso o pensamento lógico, a criatividade, a intuição, a capacidade de análise crítica, selecionando procedimentos e verificando sua adequação. Levanta aspectos enunciados pelos PCN's com relação à área da disciplina matemática e dialoga com autores do campo da educação Matemática, especialmente para produzir compreensão sobre o estudo realizado.

Na fundamentação teórica para realização dessa pesquisa foram analisadas as proposições e ideias de pensadores, pesquisadores e teóricos que têm contribuído de forma significativa na área deste objeto de estudo. Entre eles podemos citar D'Ambrósio (1998) onde retrata o desafio de preparar o professor do século XXI frente às dificuldades no aprendizado, Micotti (1999) que apresenta um levantamento no ensino da matemática e lógica sobre o prisma de que a maneira de ensinar reflete concepções e perspectivas no ensino, Moreto (2002) que em sua obra enfatiza que a maneira que o professor ensina reflete na aprendizagem do aluno, Copi (1978) com sua apresentação formal da lógica, Silva (1999) com o trabalho sobre regras e responsabilidades no processo de ensino e de aprendizagem, Abar (2011) que apresenta uma

linha do tempo com o desenvolvimento da Lógica pelo mundo. Esses e outros autores discutem o ensino da matemática e suas especificidades no cotidiano escolar atual.

Portanto, a pesquisa busca fundamentação que justifique a inclusão de atividades que desenvolvam o raciocínio lógico de modo que ofereçam aos discentes mais e maior facilidade para o aprendizado.

Para D'Ambrósio (1986, p.25) “a adoção de uma forma de ensino mais dinâmica, mais realista e menos formal, mesmo no esquema de disciplinas tradicionais, permitirá atingir objetivos mais adequados à realidade”. Temos, portanto, o grande desafio de tornar o ensino desta disciplina mais desafiador e compreensível.

Este estudo foi motivado principalmente por uma enorme angústia do pesquisador ao constatar, através de dados oficiais e com base na sua experiência de mais de vinte e cinco anos em sala de aula, como professor, a atual situação do ensino da Matemática no Brasil. Os quadros apresentados a seguir consolidam o fraco desempenho de nossos alunos em avaliações externas e internas, índices nacionais de ensino do Programa Internacional de Avaliação de Alunos (Pisa) e IDEB (Índice de Desenvolvimento da Educação Básica) respectivamente.

Brasil e Outros Países		
PAIS	Media	
CHINA (SHANGAI)	577	
HONG KONG	546	
FINLÂNDIA	543	
SINGAPURA	543	
COREIA	541	
JAPÃO	529	
CANADÁ	527	
NOVA ZELÂNDIA	524	
CHINA (TAIWAN)	520	
AUSTRÁLIA	519	
HOLANDA	519	
LIECHTENSTEIN	518	
SUIÇA	517	
ESTÔNIA	514	
ALEMANHA	510	
BÉLGICA	509	
MACAU	508	
POLÔNIA	501	
ISLÂNDIA	501	
NORUEGA	500	
REINO UNIDO	500	
DINAMARCA	499	
PAIS	Media	
ESLOVÊNIA	499	
IRLANDA	497	
FRANÇA	497	
OCDE	496	
ESTADOS UNIDOS	496	
HUNGRIA	496	
SUÉCIA	496	
REP. TCHECA	490	
PORTUGAL	490	
ESLOVÁQUIA	488	
ÁUSTRIA	487	
LETÔNIA	487	
ITÁLIA	486	
ESPAÑHA	484	
LUXEMBURGO	482	
LITUÂNIA	479	
CROÁCIA	474	
GRÉCIA	473	
RÚSSIA	469	
DUBAI (EAU)	459	
ISRAEL	459	
TURQUIA	455	
PAIS	Media	
SÉRVIA	442	
CHILE	439	
BULGÁRIA	432	
URUGUAI	427	
ROMÊNIA	427	
TAILÂNDIA	422	
MÉXICO	420	
TRINIDAD E TOBAGO	414	
MONTENEGRO	404	
JORDÂNIA	402	
BRASIL	401	
COLÔMBIA	399	
KAZAQUISTAO	399	
ARGENTINA	396	
TUNÍSIA	392	
AZERBAIJÃO	389	
INDONÉSIA	385	
ALBÂNIA	384	
CATAR	373	
PANAMÁ	369	
PERU	368	
QUIRGUISTÃO	325	

Figura 1 Índice PISA/2009

Fonte: www.inep.gov.br (2012)

INEP Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira											
IDEB Índice de Desenvolvimento da Educação Básica											
IDEB - Resultados e Metas											
Parâmetros da Pesquisa											
Resultado:	Município			UF:	RJ						
Indicador:	Ideb			Rede de ensino:	Municipal						
Série / Ano:	8ª série / 9º ano										
8ª série / 9º ano											
Município ↕	Ideb Observado			Metas Projetadas							
	2005 ↕	2007 ↕	2009 ↕	2007 ↕	2009 ↕	2011 ↕	2013 ↕	2015 ↕	2017 ↕	2019 ↕	2021 ↕
DUQUE DE CAXIAS	2.5	2.7	2.7	2.5	2.7	3.0	3.4	3.7	4.0	4.3	4.6

Figura 2 Índice IDEB/2009

Fonte: www.inep.gov.br (2012)

Desempenho Brasil

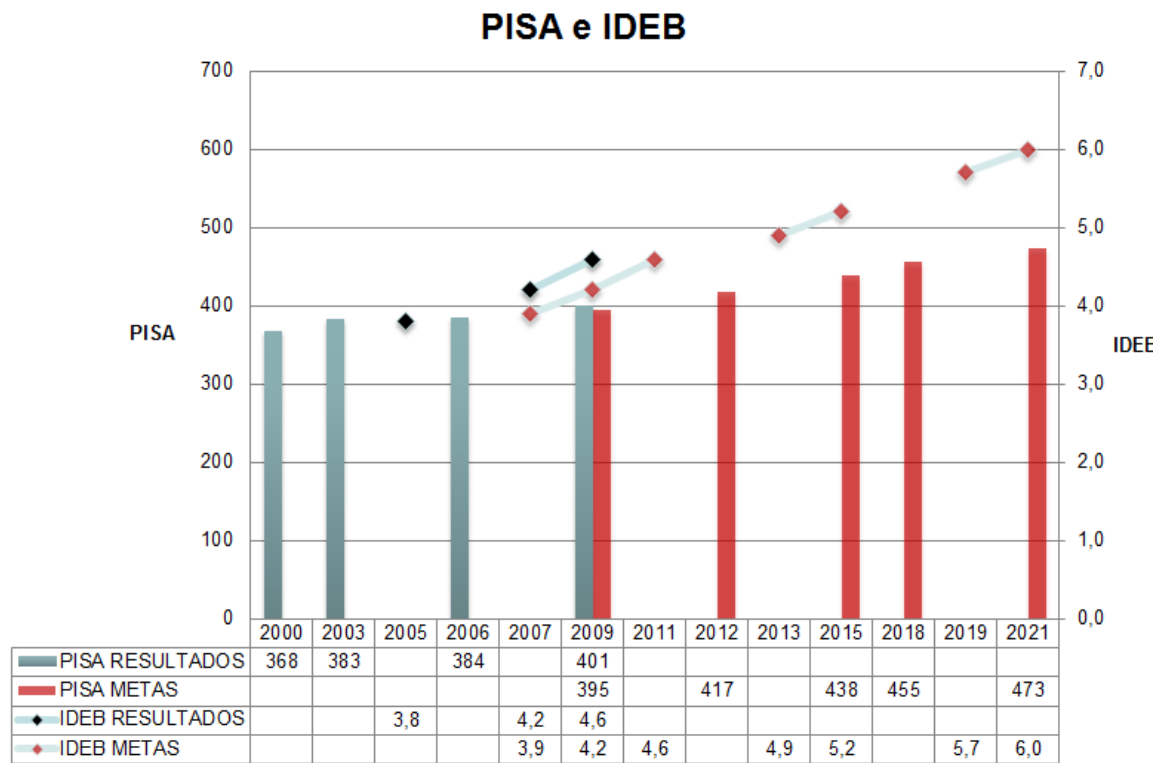


Figura 3 Índice metas PISA e IDEB/2009 Fonte: www.inep.gov.br (2012)

Os dados apresentados nos quadros demonstram que esforços precisam ser envidados para que tenhamos uma melhoria no ensino. Apoiado nesses índices, podemos observar que o ensino de matemática apresenta um resultado desfavorável, ou seja, um baixo índice de aprendizagem, deixando claro que uma mudança na prática pedagógica no ensino é além de necessária, urgente.

Com minha experiência em sala de aula, vejo que a criança passa do ensino fundamental, onde só usava a aritmética, para uma nova fase de uma matemática mais abstrata. Para tanto, recebe do professor um saco de mágica matemático. Um saco mágico para resolver problemas de álgebra, de geometria, com regras decoradas pelos alunos. Eles desistem de pensar por conta própria, necessitam de respostas mais misteriosas, mistério é imaginar, é investigar e o resultado, é uma criança mais inteligente capaz de lidar com o fato de querer uma resposta e de não ter uma resposta ainda.

Como professor e tio, ter uma sobrinha de apenas quatro anos, a Leticia, que é capaz de sozinha usar o controle remoto, e previamente memorizados os 6 canais de sua preferência da tv a cabo, assistir seus desenhos favoritos e ainda ser capaz de decorar os nomes e personagens dos desenhos, por mais estranhos que sejam esses nomes. No entanto, não há garantia que essa criança, dotada de tamanha habilidade, será capaz de resolver simples questões de adição de frações. Esse quadro apresentado é comum em crianças com acesso a esses meios tecnológicos, contudo essas habilidades não se refletem na escola, no aprendizado da matemática.

Em frequentes conversas com docentes da disciplina matemática, fica claro que a maior dificuldade encontrada é envolver os alunos, de modo a despertar o interesse para o estudo e as realizações das atividades propostas para obter uma aprendizagem. Nesse sentido, o presente trabalho tem como intenção interferir em um quadro aparente de desinteresse e apatia dos alunos. A inclusão sistemática da lógica matemática, a nosso ver, seria uma ferramenta poderosa para minimizar as dificuldades dos alunos. Acreditamos que

atividades que utilizem argumentação lógica, enigmas lógicos e atividades lúdicas que envolvam a lógica matemática despertarão nos discentes um maior interesse e envolvimento durante as aulas.

Pensamos que uma das preocupações do professor deva ser a de preparar o aluno para viver numa sociedade repleta de situações novas, com constantes alterações de valores. Necessitamos criar condições¹ para que o aluno possa desenvolver características como iniciativa, espírito explorador, criatividade e originalidade. A propósito, Nachbin (1992 p.25) afirma que “o talento, a criatividade e a expressão são elementos vitais na formação de um indivíduo, em todos os seus níveis e nas suas diversas formas”.

Esta pesquisa está organizada em seis partes, além da Introdução. Na Introdução apresentamos os objetivos, os pressupostos, a problematização, a fundamentação teórica. Na primeira trata de argumentações que justificam o uso da Lógica no ensino fundamental, como instrumento facilitador da aprendizagem, a segunda é um breve histórico da Lógica tendo como objetivo permitir ao leitor acompanhar o desenvolvimento dessa ciência através da linha do tempo. A terceira apresenta a relação entre o ensino da Matemática e a contextualização do ensino da Lógica. A quarta parte traz a descrição das atividades desenvolvidas pelos alunos, ao longo do experimento. A quinta parte apresenta análise estatística dos resultados e finalmente, na sexta parte as considerações finais.

No próximo capítulo, apresentaremos argumentos que justificam o uso da Lógica no ensino fundamental, como instrumento facilitador da aprendizagem.

¹ Ver anexos: Iniciativas de duas escolas particulares, o Colégio São Bento e o Colégio Santo Inácio, que apresentaram bom desempenho nas avaliações externas, que utilizam problemas e atividades de lógica na disciplina de matemática, bem como em outras disciplinas.

1 A LÓGICA MATEMÁTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL: INSTRUMENTO FACILITADOR DA APRENDIZAGEM

(...) aprendizado em matemática só será realizado no momento em que o aluno for capaz de transformar o que lhe é ensinado e de criar a partir do que ele sabe. Caso essa autonomia de transformação e criação não exista, o que se tem é o aluno meramente adestrado, repetindo processos e resoluções criadas por outros (CUNHA, 2003, p. 14).

Segundo Sérates (1998, p.12) o raciocínio lógico é cheio de desafios e prepara o ser humano para o próximo milênio. Afirma também que até agora tivemos o século das máquinas e da tecnologia, (...) o primeiro século do próximo milênio vai ser o do pensar. Vai vencer aquele que tiver instrumentais, pensamentos lógicos, quem for criativo e inovador (p. 13). Refletindo nesta direção, o presente capítulo visa discutir a presença do raciocínio lógico - matemático no Ensino Fundamental e a possibilidade de constituir-se como um instrumento facilitador e motivador para a aprendizagem de conteúdos da matemática.

A noção de raciocínio lógico está presente em todos os estudos da lógica, quando falamos em lógica pensamos em razão. Na nossa linguagem significa a faculdade que tem o ser humano de avaliar, julgar e ponderar ideias universais. Entendemos como raciocinar o fato de utilizar a razão para conhecer, para julgar a relação entre coisas. Assim, raciocínio é o ato ou efeito de raciocinar, refere-se Pinedo, (2008, p. 8).

O raciocínio argui as premissas que interferem em resultados exatos e coincidentes com elas, e pretende, no melhor dos casos, ser o resultado de um processo orgânico de “isso” que chamamos cérebro humano.

Encontra em destaque no PCN,(1998, p. 15) o texto a seguir:

(...) Em um mundo onde as necessidades sociais, culturais e profissionais ganham novos contornos, todas as áreas requerem alguma competência em Matemática e a possibilidade de compreender conceitos e procedimentos matemáticos é necessária tanto para tirar conclusões e fazer argumentações, quanto para o cidadão agir como consumidor prudente ou tomar decisões em sua vida pessoal e profissional.

Os resultados das avaliações do Ensino Fundamental e Médio realizadas nos últimos anos apontam para um baixo desempenho no que tange aos conteúdos matemáticos. A situação é extremamente grave e assinala as dificuldades encontradas por alunos e professores no cotidiano das escolas brasileiras.

O trecho abaixo, nos dá a proporção desta situação:

Apenas 11% dos estudantes que terminam o ensino médio aprendem matemática - Os alunos das escolas brasileiras não estão tendo o aprendizado adequado, conforme apontam dados divulgados nesta quarta-feira pelo movimento Todos Pela Educação. Apenas 11% dos estudantes que terminam o terceiro ano do ensino médio estão tendo aprendizado apropriado em matemática e apenas 14,8% dos que concluem (8º ou 9º ano) o ensino fundamental. (...) Os dados fazem parte do relatório "De olho nas Metas", divulgado nesta quarta-feira, que é elaborado anualmente pelo Todos Pela Educação (...). Embora nenhuma das séries avaliadas esteja próxima da meta estabelecida. No ensino médio atualmente 28,9% atingem o objetivo para a etapa, enquanto eram 27,6% há 10 anos, mas em matemática eram 11,9%, e hoje são 11%. Isso significa que 89% das nossas crianças estão concluindo a educação básica sem aprender o mínimo.²

Os índices acima, obtidos a partir do Anuário Brasileiro de Educação Básica 2012 que reúne dados atualizados sobre os indicadores da educação básica de todo o País, nos permitem perceber que a situação do ensino da

²Disponível em: <http://oglobo.globo.com/educacao/mat/2010/12/01/apenas-11-dos-estudantes-que-terminam-ensino-medio-aprendem-matematica-923157453.asp>. acesso em 12 jan 2012.

Matemática necessita de atenção por parte das pesquisas da área educacional. Podemos observar nas falas de professores e alunos a grande dificuldade na aprendizagem dos conteúdos matemáticos. Em frequentes conversas com docentes da disciplina Matemática, evidencia-se que uma das grandes dificuldades encontrada é a possibilidade de relacionar o conteúdo matemático ao cotidiano do aluno, seja por dificuldade do professor ou pela própria falta de condições estruturais que as escolas oferecem para as aulas dessa disciplina, que como as outras, conta com pouquíssimos recursos.

Portanto, como afirma Moreto, (2002, p.18), assim:

(...) se a escola se servir dos conteúdos selecionados naquele momento para desenvolver a capacidade de pensar e as habilidades de observar, relacionar, estruturar, analisar, justificar, sintetizar, correlacionar, inferir, entre outras, então preparou o cidadão para o exercício de uma profissão, desenvolvendo suas competências.

Contudo, não podemos perder de vista que a realidade que vivenciamos é bem distinta. A escola não tem sido capaz de habilitar os alunos no uso de simples conceitos matemáticos, ainda continua longe de oferecer um aprendizado matemático associado à realidade e às necessidades do cotidiano.

Nesta perspectiva, Paulos, assinala que a ciência e a matemática não são suficientemente trabalhadas pelo conjunto da sociedade, diz ele:

(...) estou angustiado com uma sociedade que depende tão completamente da matemática e da ciência e, no entanto, parece tão indiferente ao analfabetismo em matemática e ao analfabetismo científico de tantos de seus cidadãos.(PAULOS, 1994, p. 140).

Este cenário aponta para a recuperação de um ensino que pense a aprendizagem a partir de duas perspectivas: a da vontade de aprender e a de se constituir enquanto cidadão. Aprendizagem não deve e não pode estar deslocada do seu contexto e das vivências sociais do aluno. Ela tem que ser objeto e produto da ação educativa Moreto, (2002, p. 18).

Nesse contexto, partimos do pressuposto de que a inclusão de atividades que envolvam a lógica matemática, além de estimular o raciocínio lógico, atuam também como ferramenta facilitadora da aprendizagem da própria disciplina de matemática.

Através da minha experiência como docente e observando comentários dos professores da disciplina de matemática, existem muitas dificuldades no que diz respeito ao aprendizado dos conteúdos. Referindo-se a uma quantidade razoável de variáveis, esses professores elencam, entre outros fatores, a falta de estrutura das escolas, a formação deficiente dos cursos de licenciatura em matemática, a dificuldade dos alunos em ler os enunciados das atividades e ainda a defasagem que alunos de determinadas séries apresentam nas séries seguintes. Tais professores se encontram com extrema dificuldade em ensinar os conteúdos determinados e se deparam com alunos com mais dificuldade ainda para assimilar os mesmos.

Neste sentido, no caso da Matemática, acreditamos que as dificuldades no ensino e aprendizagem são extremamente densas e acabam por se tornarem complicadores no desenvolvimento lógico matemático dos alunos. Pensando nesta perspectiva, acreditamos que atividades que desenvolvam o raciocínio lógico podem auxiliar como instrumento facilitador no processo de ensino-aprendizagem.

Neste caso, como Tobias (1966, p. 78) destaca, a lógica é a ciência que coloca ordem nas operações da razão para se atingir verdade. A lógica natural é aquela que todo ser humano dotado do uso normal de suas faculdades mentais possui. Acrescenta Tobias (1966, p. 78), que a Lógica artificial é a lógica natural adquirida por meio de livros e experiências e é também chamada lógica científica ou simplesmente lógica.

Copi (1978, p.19) nos diz que uma pessoa com conhecimento de lógica tem mais probabilidades de raciocinar corretamente do que aquela que não se aprofundou no estudo desse tema. A Lógica auxilia no desenvolvimento do raciocínio, da ordem das ideias e dos juízos.

É urgente, portanto, a necessidade de questionar o ensino de matemática e das ciências como um todo. Facilitar, por meio da educação, o desenvolvimento de indivíduos com capacidade de pensar e atuar de maneira racional e com relativa autonomia exige da escola propostas, processos e estratégias, parcialmente diferentes dos desenvolvidos em épocas anteriores. Defendemos a necessidade de repensar os processos de ensino-aprendizagem, de modo que o propósito de formar cidadãos para intervir de forma relativamente autônoma e racional nos intercâmbios sociais da sociedade democrática orientem e configurem as práticas educativas concretas (Sacristán e Pérez Gomes, 2000, p.125).

Acreditamos que o raciocínio lógico seja fundamental em todas as áreas da evolução do indivíduo. Neste sentido, este estudo visa corroborar o entendimento de que atividades que desenvolvam o raciocínio lógico auxiliem na formação, de maneira a despertar o senso crítico e a criatividade, componentes que levam o aluno a maior compreensão dos conteúdos estudados.

Segundo Aristóteles (1985, p.19):

(...) há necessidade de pluralidade de métodos para a aprendizagem: (...) alguns só admitem uma linguagem matemática; outros querem alguns exemplos; outros pretendem que se recorra à autoridade de algum poeta; outros, enfim exigem para todas as coisas uma demonstração rigorosa, enquanto outros julgam esse rigor excessivo, seja por incapacidade de seguir a cadeia do raciocínio, seja por terem medo de perder-se nas futilidades. Há, com efeito, algo assim na afetação do rigor. Assim alguns a veem como indigna de um homem livre, tanto no comércio da vida como na discussão filosófica.

O conceito de Lógica exposto por Aristóteles consiste na máxima de que a validade lógica de um raciocínio depende unicamente de sua estrutura e não de seu conteúdo.

A matemática vem sendo ensinada através de uma série de exercícios artificiais e mecânicos baseados na memorização ou repetição, não havendo espaço para questionamentos, criatividade e análise de resultados, componentes esses intimamente ligados com a lógica.

Para ilustrar, apresento a seguir duas questões, apresentadas no IX Encontro Nacional de Educação Matemática e o desempenho dos alunos. As questões constituem parte da pesquisa: "EVIDÊNCIAS DA RUPTURA DO CONTRATO DIDÁTICO EM UM PROCESSO AVALIATIVO DE MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA". A primeira questão é: "Num navio há 26 carneiros e 10 cabras. Qual é a idade do capitão?", a segunda: "O elevador de um edifício de 10 andares parte do térreo com 4 pessoas: 2 mulheres, 1 homem e 1 criança. Para no 4º andar e aí sai 1 mulher e entram 3 homens. No 7º, saem 2 pessoas. Sabendo-se que houve apenas mais uma parada no 9º onde não desceu nenhuma criança e que o elevador chegou ao 10º andar com 11 pessoas, pergunta-se qual a idade do ascensorista?".

Na primeira questão, apenas 11 alunos, de uma turma de 100 alunos do ensino médio, perceberam que faltavam dados para resolver o problema. A segunda questão foi proposta pelo professor Doutor Silva PUC-SP, a 21 alunos do primeiro ano de um curso de Ciências Exatas. Analisando o resultado das respostas verificou-se que:

Dos 21 alunos, 10 operaram com os números do problema e apresentaram uma resposta, explicitando idade do ascensorista; 4 responderam que os dados apresentados não se relacionavam com a pergunta; 3 responderam que o ascensorista era a criança; 2 indicaram, pelas suas respostas, que perceberam a questão ("O elevador não tem ascensorista, porque o condomínio não tem dinheiro para pagar um" e "Não faço a mínima ideia") e 2 não responderam. (SILVA, 1999, p. 49-50).

Fica claro, pelos dados apresentados, a desobediência aos princípios básicos da lógica, uma leitura crítica no enunciado bastaria para resolução da mesma. O conhecimento matemático era irrelevante para resolução da questão. Muitos alunos consideram a Matemática uma disciplina com resultados precisos e procedimentos infalíveis, em que os elementos fundamentais baseiam-se nas operações aritméticas, procedimentos algébricos. Dessa forma, o conteúdo é fixo e seu estado pronto e acabado. Matemática é uma disciplina de investigação. Uma disciplina em que o avanço se dá como consequência do processo de investigação.

Fundamentado nas considerações acima e no referencial teórico utilizado nessa pesquisa, acreditamos que este estudo visa corroborar o entendimento de que atividades que envolvam lógica matemática desenvolvem o raciocínio lógico, auxiliem na formação e na construção do conhecimento, além de constituírem um componente significativo para a motivação.

No capítulo seguinte, faremos uma apresentação da história da Lógica, permitindo o leitor, acompanhar o desenvolvimento dessa ciência, através da linha do tempo.

2 BREVE HISTÓRICO DA LÓGICA³

A lógica é o estudo do raciocínio; e a lógica matemática é o estudo do tipo de raciocínio feito pelos matemáticos. Para descobrir a abordagem própria à lógica matemática, devemos, portanto, examinar os métodos do matemático. O aspecto conspícuo da matemática, em oposição às outras ciências, é o uso da demonstração, em vez da observação. Um físico pode provar leis físicas a partir de outras leis físicas; mas ele, usualmente, considera a concordância com a observação como o teste último para uma lei física. Um matemático pode, ocasionalmente, usar a observação; pode, por exemplo, medir os ângulos de muitos triângulos e concluir que a soma dos ângulos é sempre 180°. Entretanto, aceitará isso, como uma lei da matemática, somente quando tiver sido demonstrado. (SHOENFIELD, 2002, p.66).

A lógica é uma ciência do raciocínio, pois a sua ideia está ligada ao processo de raciocínio correto e incorreto que depende da estrutura dos argumentos envolvidos nele. Assim concluímos que a lógica estuda as formas ou estruturas do pensamento, isto é, seu propósito é estudar e estabelecer propriedades das relações formais entre as proposições. (COPI, 1978 p 21).

A lógica tem sua origem na Grécia Antiga. Do grego clássico, lógica significa palavra, pensamento, ideia, argumento, relato, razão lógica ou princípio lógico, é uma ciência de inclinação Matemática e com grande ligação com a Filosofia.

O termo “lógica” foi empregado pela primeira vez pelos estóicos e por Alexandre de Afrodísia, mas Aristóteles já tratava da lógica em seu *Órganon* - conjunto de escritos sobre lógica - sob o termo analíticos (*analytikós*). Aristóteles não classificava a lógica como uma ciência, pois ela não é um conhecimento teórico nem prático de nenhum objeto.

³ <http://www.pucsp.br/~logica/>

Para Aristóteles a lógica não se refere a nenhum conteúdo, mas à forma ou às formas do pensamento ou às estruturas dos raciocínios em vista de uma prova ou de uma demonstração.

(...) os *Analíticos* [de Aristóteles] buscam os elementos que constituem a estrutura do pensamento e da linguagem, seus modos de operação e relacionamento. (...) a lógica é uma disciplina que fornece as leis ou regras ou normas ideais do pensamento e o modo de aplicá-las na pesquisa e na demonstração da verdade. Nessa medida, é uma disciplina normativa, pois dá as normas para bem conduzir o pensamento na busca da verdade. (CHAUÍ, 2002, p. 357)

Vemos, portanto, que a lógica se caracteriza como um instrumento do pensamento para “o conhecer”. Trata-se de um instrumento para as ciências, “pois somente ela pode indicar qual é o tipo de proposição, de raciocínio, de demonstração, de prova e de definição que uma determinada ciência deve usar” (CHAUÍ, 2002, p. 357).

Desta maneira, as premissas e a conclusão de um argumento, formuladas em uma linguagem estruturada, permitem que o argumento possa ter uma análise lógica apropriada para a verificação de sua validade.

A lógica é o ramo da filosofia que cuida das regras do bem pensar, ou do pensar correto, sendo, portanto, um instrumento do pensar. A aprendizagem da lógica não constitui um fim em si. Ela só tem sentido enquanto meio de garantir que nosso pensamento proceda corretamente a fim de chegar a conhecimentos verdadeiros. Podemos, então, dizer que a lógica trata dos argumentos, isto é, das conclusões a que chegamos através da apresentação de evidências que a sustentam.

Um sistema lógico é um conjunto de axiomas e regras de inferência que visam representar formalmente o raciocínio válido. Diferentes sistemas de lógica formal foram construídos ao longo do tempo quer no âmbito escrito da

Lógica Teórica, quer em aplicações práticas na computação e em Inteligência artificial.

Tradicionalmente, lógica é também a designação para o estudo de sistemas prescritivos de raciocínio, ou seja, sistemas que definem como se "deveria" realmente pensar para não errar, usando a razão, dedutivamente e indutivamente. A forma como as pessoas raciocinam é estudada em outras áreas, como na psicologia cognitiva.

Como ciência, a lógica define a estrutura de declaração e argumento para elaborar fórmulas através das quais estes podem ser codificados. Implícita no estudo da lógica está a compreensão do que gera um bom argumento e de quais argumentos são falaciosos.

A lógica filosófica lida com descrições formais da linguagem natural. A maior parte dos filósofos assume que a maior parte do raciocínio "normal" pode ser capturada pela lógica, desde que se seja capaz de encontrar o método certo para traduzir a linguagem corrente para essa lógica.

Temos, por exemplo, a Lógica Aristotélica que se constitui por um sistema lógico desenvolvido por Aristóteles. Dois dos princípios centrais da lógica Aristotélica são a lei da não contradição e a lei do terceiro excluído. A lei da não contradição diz que nenhuma afirmação pode ser verdadeira e falsa ao mesmo tempo e a lei do terceiro excluído diz que qualquer afirmação da forma P ou não P é verdadeira. Esse princípio deve ser cuidadosamente distinguido do princípio de bivalência, o princípio segundo o qual para toda proposição, ela ou a sua negação é verdadeira. A lógica Aristotélica, em particular, a teoria do silogismo, que é uma forma de raciocínio dedutiva, é apenas um fragmento da assim chamada lógica tradicional⁴.

Apesar dos avanços proporcionados pela lógica Aristotélica, é inegável que o uso da linguagem natural gerava confusão sobre os sentidos das

⁴ De uma maneira geral, pode-se considerar que a lógica, tal como é usada na filosofia e na matemática, observa sempre os mesmos princípios básicos: a lei do terceiro excluído, a lei da não contradição e a lei da identidade. A esse tipo de lógica pode-se chamar "lógica clássica", ou "lógica aristotélica".

palavras representando limitação que culminaram em verdadeiros obstáculos para o avanço da ciência.

Já no século XVI a lógica Aristotélica começa a ser questionada, rompe-se o estudo da lógica dedutiva abrindo espaço para fundamentação de regras do raciocínio dedutivo, levando a lógica formal a entrar em um período de descrédito.

Período esse que ocorre o surgimento de outros ramos da lógica, a necessidade crescente de atender demandas para o desenvolvimento da ciência, fez com que a lógica hoje possua uma grande quantidade de vertentes e tipos, e essa constante evolução dificulta classificar todos os tipos de lógica. Essa diversificação e alcance permite, sua aplicação em vários campos do conhecimento. Hoje, as especialidades se multiplicam e as pesquisas em Lógica englobam muitas áreas do conhecimento.

Há muitos sistemas lógicos formais, a professora Abar (PUC-SP), classifica em três tipos: Lógica Clássica, Lógicas Complementares da Clássica e Não Clássicas, assim definindo-as:

Lógica Clássica: Considerada como o núcleo da lógica dedutiva. É o que chamamos hoje de “Cálculo de predicados de primeira ordem” com ou sem igualdade e de alguns de seus subsistemas. Três princípios (entre outros) regem a lógica clássica: Da identidade, da contradição e do terceiro excluído.

Lógicas Complementares da Clássica: Complementam de algum modo a lógica clássica estendendo o seu domínio. Estas são: lógica modal, lógica deontica, lógica epistêmica entre outras.

Lógicas Não clássicas: Assim caracterizadas por desconsiderar algum ou alguns dos princípios da lógica clássica. Sendo estas: lógica paracompleta e lógica intuicionista (desconsideram o princípio do terceiro excluído); lógica paraconsistente (desconsidera o princípio da contradição); lógica não-alética (desconsidera o terceiro excluído e o da contradição); lógica não reflexiva (desconsidera o princípio da identidade); lógica probabilística, lógica polivalente, lógica fuzzy entre outras.

A Lógica possui inúmeras aplicações, amplamente utilizada em áreas como ciências da computação, filosofia, matemática, engenharia e várias outras. Dentre os vários tipos de Lógica, destacamos: Lógica Formal, também chamada de Lógica Simbólica, preocupa-se, basicamente, com a estrutura do raciocínio. A Lógica Formal, que lida com a relação entre conceitos e fornece um meio de compor provas de declarações. Na Lógica Formal os conceitos são rigorosamente definidos, e as orações são transformadas em notações simbólicas precisas, compactas e não ambíguas.

Lógica Material trata da aplicação das operações do pensamento, segundo a matéria ou natureza do objeto a conhecer. Neste caso, a lógica é a própria metodologia de cada ciência. É, portanto, somente no campo da lógica material que se pode falar da verdade: o argumento é válido quando as premissas são verdadeiras e se relacionam adequadamente à conclusão.

Lógica matemática faz uso da lógica formal para estudar o raciocínio matemático com estrutura simbólica, é um sofisticado instrumento da análise e ulterior formalização de fragmentos do discurso coloquiais das ciências.

Lógica informal estuda os aspectos da argumentação válida que não dependem exclusivamente da forma lógica. O tema introdutório mais difundido é a teoria clássica da dedução (lógica proposicional e de predicados, incluindo formalizações elementares da linguagem natural).

Lógica difusa cujo aparecimento foi natural e inevitável, visto que estabelece o conceito da dualidade, estabelecendo que algo pode e deve coexistir com o seu oposto, diferentemente da lógica aristotélica, que classifica apenas como verdadeiro ou falso. O que nem sempre acontece com muitas experiências humanas, por exemplo, a previsão de um evento, cuja medida é feita em valores percentuais, e essa incerteza na informação permite a lógica difusa ser uma eficiente ferramenta para modelar situação de incerteza para um formato numérico.

Quem estuda lógica, estuda o raciocínio dedutivo, ou a arte de chegar às conclusões válidas de acordo com as premissas. Se as premissas forem verdadeiras, e a lógica for impecável, então as conclusões serão verdadeiras.

2.1 PENSADORES QUE CONTRIBUÍRAM PARA O DESENVOLVIMENTO DA LÓGICA

Apresentamos a seguir uma breve história sobre o desenvolvimento da lógica, baseando-nos nas obras de Boyer (1996) e Abar (2011). Temos o objetivo de permitir ao leitor uma maior familiarização com os pensadores que contribuíram para o desenvolvimento dessa ciência, bem como traçar uma linha do tempo do seu desenvolvimento pelo mundo.

Essas obras destacam o Período Aristotélico (390 a.C. a 1840 d.C.). A história da Lógica tem início com o filósofo grego *Aristóteles* (384 – 322 a.C.) de Estagira (hoje Estavo) na Macedônia. Aristóteles criou a ciência da Lógica, cuja essência era a teoria do silogismo (certa forma de argumento válido).

Um exemplo de silogismo Aristotélico: todo ser humano é um animal, todo animal é mortal, logo todo ser humano é mortal, que hoje na linguagem de conjuntos seria assim: sendo H, A e M respectivamente os conjuntos dos seres humanos, dos animais e dos mortais. Temos que $H \subset A$ e $A \subset M$, logo $H \subset M$.

Seus escritos foram reunidos na obra denominada *Organon* ou *Instrumento da Ciência*. Na Grécia, distinguiram-se duas grandes escolas de Lógica, a Peripatética (que derivava de Aristóteles) e a Estóica fundada por Zenão (326-264 a.C.). A escola Estóica foi desenvolvida por Crisipo (280-250 a.C.) a partir da escola Megária (fundada por Euclides, um seguidor de Sócrates). Segundo Kneale e Kneale (*O Desenvolvimento da Lógica*), houve durante muitos anos certa rivalidade entre os Peripatéticos e os Megários e que isto talvez tenha prejudicado o desenvolvimento da lógica, embora na verdade as teorias destas escolas fossem complementares.

Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716) filósofo e matemático, acreditava que polêmicas não resolvidas referentes às interrogações não podiam ser tratadas por processos conclusivos da linguagem ordinária, devido a sua ambiguidade, concebe então língua, com notação universal, suas ideias inspiraram não só o desenvolvimento da lógica, mas a criação de máquinas inteligente, aplicou-se a lógica o modelo de cálculo algébrico utilizando símbolos técnicos

George Boole (1815-1864): considerado o fundador da lógica simbólica, a publicação do seu livro “Mathematical analysis of logic” promove uma abordagem onde a lógica é tratada como um cálculo de signos algébricos. Essa álgebra, chamada álgebra booleana foi fundamental para o desenvolvimento do desenho dos circuitos nos computadores.

Gottlob Frege (1848-1925): é considerado o pai da lógica matemática, deu um grande passo no desenvolvimento da lógica com a obra “begriffsschrift” de 1879. As ideias de Frege só foram reconhecidas pelos lógicos mais ou menos a partir de 1905. É devido a Frege o desenvolvimento da lógica que se seguiu, foi Frege quem introduziu a função proposicional, a formação de regras de inferência primitivas e o uso de quantificadores.

Giuseppe Peano (1858-1932): foi o fundador da lógica matemática. Quase toda simbologia da matemática se deve a essa escola italiana. Desenvolveu o sistema de notação utilizado pelos lógicos matemáticos, bem como, demonstrou que enunciados matemáticos não são obtidos por intuição, mas sim deduzidos a partir de premissas.

Com Bertrand Russell (1872-1970): inicia-se o período atual da lógica, com a obra “Principia Mathematica” que se tornou uma referência na lógica matemática. Tinha como objetivo desenvolver o projeto do logicismo, que era a redução de toda matemática à lógica.

David Hilbert (1862-1943): dedicou-se integralmente a trabalhar com lógica matemática a partir de 1915, sua pesquisa destinava criar um modelo,

onde as bases da matemática fossem inabaláveis e para isso, seria necessário questionar ideias de outros matemáticos a partir da antiguidade.

Kurt Gödel (1906-1978): filósofo e matemático fez importantes contribuições na lógica, demonstrou que qualquer sistema lógico, baseado num número finito de princípios básicos e que seja perfeitamente consistente - isto é, incapaz de aceitar ou produzir contradições - contém afirmações que não podem ser provadas, dentro das regras do próprio sistema, como verdadeiras ou falsas.

2.2 NOÇÕES DE LÓGICA

Julgamos mais apropriado o uso da lógica proposicional para o desenvolvimento da pesquisa com os alunos. A escolha foi motivada pela possibilidade do uso de linguagem matemática em análise de frases e textos da língua materna, com a utilização de símbolos bastante familiares aos alunos.

Ao abordar o assunto abrimos mão do “excessivo rigor” matemático na sua apresentação em detrimento de uma abordagem de fácil entendimento e aplicação, sendo a própria comunicação entre os alunos o objeto de análise para validação dos argumentos.

Acreditamos que com bom senso e experiência o professor de matemática percebe que a obediência de rígidos padrões de rigor, pode se tornar um dificultador à clareza e ao entendimento dos nossos alunos. Uma característica que diferencia a linguagem comum da linguagem matemática é a precisão da linguagem matemática. Strathern, no livro *Derrida em 90 minutos*, destaca a fala do filósofo Derrida, onde afirma, que nunca pode haver somente um significado fixo para qualquer texto. Ele dizia que um texto está aberto a uma multiplicidade de interpretações. (relativismo linguístico).

Toda palavra, toda expressão e até o modo como as colocamos na sentença geram ambiguidades nebulosas. A linguagem elude clareza e precisão. Toda palavra possui seu próprio significado, ou significados. Mas também traz consigo um número maior ou menor de conotações obscuras. Existem jogos de palavras, semelhanças que ecoam, referências sugestivas, interpretações diversas, raízes divergentes, duplos sentidos- e assim por diante. A linguagem falada pode aludir aos duplos sentidos em sua intenção. [...] O mesmo ocorre com a linguagem escrita. O leitor está livre para adicionar sua própria interpretação, atitude e intenção. As palavras na página - ambíguas por si próprias- são meras caixas de ressonância para a interpretação do leitor. (STRATHERN, 2002, p. 37).

Vejamos dois exemplos: A Coordenadora pediu que o professor comunicasse aos alunos sua alegria pelo progresso que eles vinham fazendo nos estudos. Alegria do professor ou da coordenadora?

A oposição acha que o governo está dividido e quer impedir a votação da matéria. Quem quer impedir, a oposição ou o governo?

A frase “Greve de ônibus para São Paulo” tanto pode ser uma informação como uma exortação sindical. Embora as frases sejam normais na linguagem corrente não resistem ao rigor lógico. Por outro lado na linguagem matemática a seguinte frase: todo número par é divisível por 2 é formulada com precisão.

Kurt Gödel, um dos maiores lógicos de todos os tempos, disse certa vez: “quanto mais reflito sobre a linguagem, tanto mais me admiro que as pessoas consigam se entender uma com as outras”. Um desrespeito à norma, e o seu uso livre pode nos levar, por exemplo, a seguinte situação: um rei mandou dizer a um condenado que ele morreria na fogueira se suas últimas palavras fossem verdadeiras, e morreria na forca se fossem falsas. O condenado disse: vou morrer na forca. Em consequência o rei não pode executá-lo. Porque a decisão final depende de algo que o condenado ainda vai falar, o que não é permitido.

Para que tenhamos sucesso em situações em que ocorrem comunicação e interação é necessário que cada um busque compreender adequadamente o que o outro diz e também esclarecer os princípios, regras e posturas que cada

um segue. A Língua Materna não pode ser caracterizada apenas como um código, enquanto que a Matemática não pode restringir-se a uma linguagem formal: a aprendizagem de cada uma das disciplinas deve ser considerada como a elaboração de um instrumental para um mapeamento da realidade, como a construção de um sistema de representação. (MACHADO, 1993, p. 127).

Ainda acerca da necessidade do respeito às regras matemáticas, no livro “Bertrand Russell Em 90 Minutos” de Paul Strathern, (2001, p.66), encontramos um relato muito interessante do Lógico Bertrand Russell: Durante uma palestra pública, Bertrand Russell afirmou não ser possível romper as regras da matemática sem conseqüências desastrosas. Uma vez que uma afirmação matemática falsa era introduzida, podia-se provar qualquer coisa. Nesse ponto uma voz lá de trás da multidão o interrompeu: Se dois vezes dois forem cinco, o senhor deve ser capaz de mostrar que eu sou o Papa. Prove! Sem titubear, Russell respondeu: Se dois vezes dois são cinco, então quatro é igual a cinco. Subtraindo três de cada um dos lados, temos que um é igual a dois. Como o senhor e o Papa são dois, temos que o senhor e o Papa são um.

Percebendo que a linguagem corrente não atendia as exigências do rigor lógico, e para evitar possíveis contradições, ambiguidades ou impasses na matemática, os matemáticos trocaram a linguagem corrente por símbolos e regras de sintaxe necessária para se conduzir o raciocínio dedutivo.

Alguns símbolos são: “ \wedge ” (significando “e”), “ \vee ” (significando “ou”), “ \Rightarrow ” (significando “implica”), além de sinais de adição, igualdade, sinais de parênteses, símbolos para as variáveis, etc. Embora a linguagem matemática seja importante e necessária no nosso estudo, estamos interessados nas ideias que ela representa e nos métodos e técnicas resultantes, sua inserção ocorreu somente quando necessário ao aprendizado.

Não é nosso objetivo, como já dito anteriormente, apresentar o conteúdo de Lógica aos alunos de uma maneira formal, mas sim, fazer uso da sua estrutura e dos seus princípios básicos. Para um estudo pormenorizado sobre Lógica

sugerimos a obra de Copi,(1978) que foi a referência adotada para o desenvolvimento dessa seção.

A lógica proposicional é um formalismo matemático onde podemos abstrair a estrutura de um argumento, eliminando a ambiguidade existente na linguagem natural através da análise do conjunto de proposições. Destacamos que todo enunciado que exprime um pensamento de sentido completo é uma proposição.

São exemplos de proposições as seguintes afirmações. A: O Rio de Janeiro é um Estado do Brasil e B: Todo número primo é ímpar, sendo a primeira proposição verdadeira e a segunda falsa. Toda proposição ou é verdadeira ou é falsa.

Há dois princípios básicos que norteiam a Lógica proposicional, o primeiro é o princípio do terceiro excluído: uma proposição só admite apenas dois valores, verdadeiro ou falso, não admitindo outra possibilidade.

O segundo princípio é o da não contradição, ou seja, uma proposição não pode ser ao mesmo tempo falsa e verdadeira. Estabelece-se que a negação de uma proposição A vai ser denotada por \bar{A} . Por exemplo, na proposição B: Todo número primo é ímpar tem como negação existe um número primo que é par. A negação da seguinte proposição: todo homem é mortal, não é, nenhum homem é mortal, mas sim, existe pelo menos um homem imortal. Nesse caso ocorre uma pequena distinção na noção não matemática, onde o conceito contrário é expresso pelo antônimo daquela palavra.

Pelo princípio básico da não contradição, se A for falso, então \bar{A} é verdadeiro e pelo princípio do terceiro excluído, não há uma terceira possibilidade.

Quando ligamos as proposições através dos conectivos lógicos obtemos outras proposições. São conectivos lógicos as palavras “ou”, “e”, “não”, “se”, “então” e etc. Destacaremos o valor lógico das proposições obtidas pelo uso de conectivos: Chama-se conjunção das proposições p e q à proposição

representada por $p \wedge q$, cujo valor lógico é verdadeiro (v) somente quando as duas proposições p e q sejam ambas verdadeira, e falsa (f) em caso contrário.

Um exemplo: “Platão era grego” e “Pilatos romano”. Esta proposição tem valor lógico verdadeiro(v), pois as duas proposições simples são verdadeiras.

Chama-se disjunção das proposições p e q à proposição composta $p \vee q$, cujo valor lógico é falso (f), quando ambas as proposições p e q forem falsas e nos demais casos verdadeira (v).

Um exemplo: “Deus existe ou esta frase é falsa”. O que tem valor lógico sempre verdadeiro. Vejamos a justificativa, a única possibilidade de ser falso seriam as duas informações serem falsas, mas pelo princípio básico da não contradição se A for falso, então $\neg A$ é verdadeiro gerando um absurdo, portanto, a frase tem valor lógico verdadeiro. Esse exemplo é conhecido como paradoxo da existência de Deus.

Constantemente na linguagem comum usamos “ou”. Na linguagem matemática “ou” tem interpretação um pouco diferente da linguagem não matemática. No dia a dia o “ou” normalmente liga duas alternativas incompatíveis (“vou de carro ou de trem?”). Em matemática significa que pelo menos uma das alternativas é válida, porém, pode ocorrer que ambas sejam verdadeiras. Para ilustrar cito a anedota onde um médico que também era matemático ao ser perguntado pelo pai de um recém-nascido: “Foi menino ou menina doutor”? A resposta do médico: “Sim”.

Vamos analisar o valor verdade associado ao conectivo “então”. Chama-se condicional das proposições p e q a proposição representada por $p \rightarrow q$, cujo valor lógico é apenas falso no caso em que p é verdadeiro (v) e q falso (f), sendo verdade nos demais casos. Um exemplo: Se dois é um número ímpar, então a capital de Pernambuco é Salvador. Esta proposição tem valor verdadeiro(v), pois as duas proposições simples são falsas.

A tabela a seguir apresenta o valor lógico dos conectivos apresentados.

Tabela 1 Valor lógico dos conectivos

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \rightarrow q$
v	v	v	v	v
v	f	f	v	f
f	v	f	v	v
f	f	f	f	v

A uma série de afirmações damos o nome de argumento, que podem ser de dois tipos, os argumentos indutivos e os argumentos dedutivos. No nosso estudo vamos nos ater aos chamados argumentos dedutivos, que podem ser válidos ou inválidos, sua validade dependendo da sua forma lógica. A validade do argumento dedutivo não depende do conteúdo, mas da forma lógica. Um exemplo da lógica dedutiva: A) Todo planeta é quadrado. B) A terra é um planeta. C) Logo, a terra é quadrada. Não há nenhuma preocupação com o fato da terra ser quadrada, mesmo que saibamos que a mesma é redonda, isso pouco importa. Mas exige que o raciocínio esteja correto. A lógica dedutiva funciona assim: a partir de uma sequência de orações verdadeiras chegamos a uma conclusão verdadeira. Estamos interessados somente na pergunta de verdadeiro aplicado ao que dizemos, e não a objetos, pessoas, etc.

Argumentos dedutivos necessitam de premissas, são a partir delas que os argumentos são construídos, representam a base da argumentação. Por exemplo: i) Todo homem é mortal ii) Sócrates é homem iii) logo, Sócrates é mortal. Que apresenta um argumento válido. Um erro frequente ocorre na análise do seguinte argumento i) Todo homem é mortal ii) Sócrates é mortal iii) Então, Sócrates é homem. De um modo geral, os alunos acreditam ser verdade a conclusão.

2.3 EDUCAÇÃO X ENSINO NA EDUCAÇÃO BÁSICA

De educadores para professores realizamos o salto de pessoa para funções. (ALVES, 1984, in: BRANDÃO, 1984, p. 16).

Muitas questões precisam ser respondidas para que possamos buscar um ensino de qualidade, qual o objetivo do ensino da Matemática na escola básica? Qual o sentido e relevância do conteúdo escolar? O currículo escolar permite um desenvolvimento integral do aluno?

Ninguém é obrigado a se fazer reflexivo e muito menos a transformar-se. Mas agir com profissionalismo e dedicar-se com afinco à formação de indivíduos capazes é o mínimo que se pode exigir de um profissional da área da Educação. Se cada um se sentir movido pelo desejo de melhorar e contribuir para transformar as coisas que aí estão, estará servindo de estímulo para outros e necessitará munir-se de muito entusiasmo, pois é um processo lento e constante que irá se estender por toda sua vida profissional, já que "a formação é um fazer permanente". (FREIRE, 1972, apud ALARCÃO, 1996).

Os PCN's norteiam as escolas na preparação dos seus currículos em Matemática, de modo a permitir que os alunos tenham acesso aos conhecimentos necessários ao exercício da cidadania, compreender o mundo em sua volta e desenvolver a curiosidade, criatividade, investigação e a capacidade de resolver problemas. Contudo, percebemos pelos dados apresentados e pela experiência em sala de aula, que a escola não tem sido capaz de atingir esses objetivos, nesse sentido, acreditamos que não adianta desenvolver qualquer atividade, que possa contribuir com o desenvolvimento do pensamento lógico, se

os currículos e programas não são interrogados, quanto a sua função e relevância aos objetivos do campo da Matemática, na formação dos sujeitos em uma dada sociedade.

A questão a ser feita é como a Matemática pode contribuir com o exercício da Cidadania? Sobre o assunto, descreve Imenes e Lellis (1994, p. 10) que, antes de tudo é preciso perguntar, em que condições a cidadania se efetiva? Ainda de acordo com esses autores, na presença da informação e da educação. Pois, a primeira delas possibilita escolha e decisão. E, a segunda, porque, toda informação prescinde de interpretação e para isso é fundamental certo nível de educação. Nestes termos, os dois pressupostos acima estabelecidos, informação e educação, constituem condições necessárias para o exercício da cidadania.

A rigor, do ponto de vista científico, não se pode educar a outrem [diretamente]. Não é possível exercer uma influência direta e produzir mudanças em um organismo alheio, só é possível educar a si mesmo, isto é, modificar as relações inatas através da própria experiência. (VYGOTSKY, 2003, apud TUNES, 2005).

Temos em nosso País a cultura de que a matemática tem o poder de separar nossos alunos em grupos de alunos inteligentes e menos inteligentes, ou os que sabem raciocinar e os que não sabem. No entanto, a matemática escolar é apenas uma das formas de se fazer matemática. Carraher(1995), em seu livro “Na vida dez, na escola zero”, nos mostra possibilidades do aprendizado da matemática na vida diária, fora dos bancos escolares, quer seja, vendendo em feiras ou calculando e repartindo lucros, de modo satisfatório a atender as suas necessidades.

Contudo, as nossas escolas não tem sido capazes de fornecer, a esses mesmos alunos, uma formação que permita essa capacidade, criando uma

diferença entre a matemática de rua e a da escola. É necessário portanto, que o professor de matemática interprete e discuta na sala de aula os métodos matemáticos desenvolvidos fora da sala de aula para que tenhamos não só dez na vida, mas também dez na escola.

Devemos lembrar que a crítica feita, sobre uma matemática conteudista voltada apenas ao seu caráter de pensamento, é necessária visto que nem todos os alunos se encaminharão para áreas das exatas. É importante destacar o texto do PCN(1998, p.30):

O conhecimento matemático formalizado precisa, necessariamente, ser transferido para se tornar possível de ser ensinado, aprendido; ou seja, a obra e o pensamento do matemático teórico não são passíveis de comunicação direta aos alunos.(...) Esse processo de transformação do saber científico em saber escolar não passa apenas por mudanças de natureza epistemológica, mas é influenciado por condições de ordem social, e cultural que resultam na elaboração de saberes intermediários, como aproximações provisórias, necessárias e intelectualmente formadoras. É o que se pode chamar de contextualização do saber.

Deveria ser um dos objetivos da escola desenvolver de forma integral o educando, preparando-o para o exercício pleno da cidadania. Mas, o que vemos é uma enorme distância entre o que se objetiva e o que é praticado, provocando uma dificuldade de formar pessoas com grau de criticidade.

Assim defende DeClark (1994, p. 172); “não podemos deixar que os alunos pensem que a matemática é um conjunto misterioso de regras que vêm de fontes externas ao seu pensamento.” Os PCNs (1998, p.24), nos auxiliam na construção desta reflexão descrevendo que:

O conhecimento matemático é fruto de um processo de que fazem parte a imaginação, os contraexemplos, as conjecturas, as críticas, os erros e os acertos. Mas muitas vezes, ele é

apresentado de forma descontextualizada, atemporal e geral, porque é preocupação do matemático comunicar os resultados e não o processo pelo qual os produziu.

Freire complementa a ideia:

Reflexão e educação são termos que suscitam o sentido de transformação, pois são características de indivíduos capazes de pensar. Pensar é existir, é ser gente, é viver num mundo real, é ter uma relação com esse mundo e interagir com ele. "Essa relação homem-realidade, homem-mundo, [...] implica a transformação do mundo..." (FREIRE,1979,p.17).

Trabalhar a matemática com significados é acreditar que esta tem enquanto componente curricular que contribuir para o desenvolvimento holístico do educando, tornando-o um ser crítico, preparado para o exercício pleno da cidadania.

Apresentaremos no capítulo a seguir, uma relação entre o ensino da Matemática e o ensino da Lógica dentro do cotidiano escolar.

3 A MATEMÁTICA E O ENSINO DA LÓGICA NO COTIDIANO ESCOLAR

Como construção lógico-dedutiva, como exercício de pensamento ou como auxiliar na experiência humana, o conhecimento matemático permeia a linguagem e as práticas cotidianas. Para alguns, desperta interesse e instiga, para outros pode ser indiferente. Mas, para muitos, a assimilação (ou não) do conhecimento matemático no contexto escolar pode tornar-se constrangedor, gerando dificuldades, rejeição e pouco aproveitamento. Assim questiona-se, frequentemente, tanto os limites da construção como as formas de apropriação desse conhecimento. Várias dificuldades de aprendizagem apoiam-se em consensos como, por exemplo, que a Matemática é, por excelência, uma ciência abstrata e por isso mais difícil de ser assimilada; ou, ainda, que sua compreensão exige do aprendiz posturas e habilidades especiais (SILVA, 2010, p. 01).

Druck, ex-presidente da Sociedade Brasileira de Matemática, destaca que o ensino de matemática tem obtido recordes de ineficiência, níveis alarmantes que surpreendem até os pesquisadores com mais experiência. As reportagens na imprensa destacando o desempenho pífio se proliferam e incomodam o mais otimista dos educadores.⁵

Nesta direção o presente capítulo busca contextualizar o ensino da Lógica no cenário do ensino da matemática. O que é para contextualizar? Sem nos colocarmos essa interrogação, assim como já acontece, com relação à falta de finalidades aos objetivos do ensino de um conteúdo, a contextualização tornou-se num arremedo, muitas vezes forçado de sentido. O que também ocorre com relação a outros aspectos importantíssimos na educação, que se tornam clichês, que camuflam as mesmas práticas e os mesmos fins(ou falta destes), sob roupagens customizadas pelos discursos da moda. Acreditamos assim que investigar as práticas desse cenário pode contribuir para o maior entendimento do processo ensino-aprendizagem desta disciplina.

⁵ Disponível em: <http://www1.folha.uol.com.br/folha/sinapse/ult1063u343.shtml> (2003)

As experiências colhidas na contextualização do ensino da matemática aplicam-se integralmente ao ensino da lógica, tendo em vista esta ser uma subárea daquela.

E, contraditoriamente, podemos observar que vivenciamos um momento de reflexão acerca das possibilidades de um ensino mais significativo, tal contradição reside no fato de que o século XXI trouxe consigo novas exigências, um mercado de trabalho ainda mais competitivo e a tecnologia inserida em quase todas as atividades cotidianas do ser humano. Desta forma, o que se busca é colaborar na construção de instrumentos que possibilitem superar velhos processos de ensino, aqueles que não atendem às expectativas dos professores e dos alunos no processo ensino-aprendizagem atual.

Nesta direção das novas maneiras de ensinar e de aprender, emergem “novos” processos metodológicos, que muitas vezes, confundem o professorado, ou impõem métodos “transplantados” de outras realidades. Contudo, parece ser consenso a necessidade de ensinar de forma contextualizada. Mas, o que se apresenta como dilema é a definição de formas de contextualização, pois diferentemente do que se difundiu entre a maioria dos professores, a contextualização no ensino da matemática é muito mais que encontrar aplicações práticas para a Matemática. Desta concepção resulta a elaboração de formas mecânicas e que não colabora para a o aprendizado crítico dos educandos. O aluno precisa movimentar estratégias de raciocínio diferentes, quando ele resolve um problema sozinho, ele estabelece relações entre matemática e os contextos da matemática

Nas séries iniciais do ensino fundamental, a matemática é, geralmente, aprendida como uma disciplina difícil com elevado risco de reprovação. Por intermédio dessa situação, construíram-se mitos e crenças num processo de relações, por meio de representações que se tem a respeito da matemática.

A Matemática desempenha papel fundamental no desenvolvimento cultural da criança e na sua inserção no sistema de referências do grupo ao

qual pertence. Porém, a maneira como tem sido ensinada, provoca grandes danos em relação ao seu aprendizado.

Existe uma grande preocupação com o aperfeiçoamento do ensino da Matemática. Embora ocorram problemas e dificuldades em outras disciplinas, é na Matemática que se evidencia grande aversão por parte dos alunos; além disso, existe um agravante de domínios de conteúdos que há tempos preocupam os pesquisadores e professores da área. E a aplicação dos aprendizados em contextos diferentes daqueles em que foram adquiridos exige muito mais que a simples reprodução ou a solução mecânica de exercícios: domínio de conceitos, flexibilidade de raciocínio, capacidade de análise e abstração. Essas capacidades são necessárias em todas as áreas de estudo, mas a falta delas, em Matemática, chama mais a atenção (Micotti, 1999, p.154).

Conforme registrado nos Parâmetros Curriculares Nacionais PCN (1998), a contextualização tem como característica fundamental, o fato de que todo conhecimento envolve uma relação entre sujeito e objeto, ou seja, quando se trabalha o conhecimento de modo contextualizado a escola está retirando o aluno da sua condição de expectador passivo. A aprendizagem contextualizada preconizada pelos PCN visa que o aluno aprenda a mobilizar competências para solucionar problemas com contextos apropriados, de maneira a ser capaz de transferir essa capacidade de resolução de problemas para os contextos do mundo social e, especialmente, do mundo produtivo. Mais explicitamente a contextualização situa-se na perspectiva de formação de performances que serão avaliadas nos exames centralizados e nos processos de trabalho.

De acordo com Tufano (2001, p. 40), contextualizar é o ato de colocar no contexto, ou seja, colocar alguém a par de alguma coisa; uma ação premeditada para situar um indivíduo em lugar no tempo e no espaço desejado. Ele ressalta ainda, que a contextualização pode também ser entendida como uma espécie de argumentação ou uma forma de encadear ideias.

Assim sendo, contextualizar não é abolir a técnica e a compreensão, mas ultrapassar esses aspectos e entender fatores externos aos que normalmente são explicitados na escola de modo a que os conteúdos matemáticos possam ser compreendidos dentro do panorama histórico, social e cultural que o constituíram. As linhas de frente da Educação Matemática têm hoje um cuidado crescente com o aspecto sociocultural da abordagem Matemática. Defendem a necessidade de contextualizar o conhecimento matemático a ser transmitido, buscar suas origens, acompanhar sua evolução, explicitar sua finalidade ou seu papel na interpretação e na transformação da realidade do aluno. É claro que não se quer negar a importância da compreensão, nem tampouco desprezar a aquisição de técnicas, mas busca-se ampliar a repercussão que o aprendizado daquele conhecimento possa ter na vida social, nas opções, na produção e nos projetos de quem aprende (FONSECA, 1995, p. 48).

É importante ressaltar alguns aspectos e críticas que são feitos ao ensino para então entender o que se pretende com a contextualização no ensino da Matemática hoje. Para os livros da década de 50 e do início dos anos 60, período caracterizado por um ensino de Matemática que se convencionou chamar de tradicional e que quase sempre associamos à memorização de regras e ao treino de algoritmos, o estudo de Matemática nessa época, formaria um adulto bem disciplinado, persistente e rigoroso. Fala-se em ordem, atenção, precisão e paciência, temas que hoje perderam a centralidade no processo educativo.

No final dos anos de 1960 e durante os anos 70 aconteceu no Brasil o advento da Matemática Moderna, originária da concepção formalista que pretendia, dentre outras coisas, “modernizar o ensino de Matemática” dando a ela um caráter de aplicabilidade. A organização da Matemática Moderna baseava-se na teoria dos conjuntos, nas estruturas Matemáticas. Esses três elementos foram responsáveis pela ‘unificação’ dos campos matemáticos, um dos maiores objetivos do movimento. Os alunos não precisavam ‘saber fazer’,

mas sim, 'saber justificar' por que faziam. Neste sentido, realçava muitas propriedades, tinha preocupações excessivas com abstrações Matemáticas e apresentava uma linguagem Matemática universal, concisa e precisa. Entretanto, acentuava o ensino de símbolos e uma terminologia complexa que comprometia o aprendizado (MIORIM, 1998, p. 89).

Com o ensino Tradicional e a Matemática Moderna buscava-se formar um indivíduo disciplinado e inteligente. Atualmente, o que se propõe ao formar o aluno é torná-lo cidadão. Assim, como entre várias ideias, encontra-se a de utilizar o cotidiano entendendo-o não somente como integrante de atividades quaisquer, mas como as várias atividades que se possa ter na sociedade. Na Escola, o conhecimento matemático deveria ser apresentado como historicamente construído e em permanente evolução. O contexto histórico possibilita ver a Matemática em sua prática filosófica, científica e social e contribui para a compreensão do papel que o aluno desempenha no mundo (ONUCHIC, 1999, p. 125).

Atualmente, a grande parte dos docentes interpreta os PCN de maneira inadequada. Acreditam que a Matemática só pode ser tratada a partir de situações concretas do cotidiano, dando exemplos muita vezes que, ao invés de facilitar a compreensão do aluno, o leva a construir conceitos incorretos a respeito de conteúdos matemáticos. O aprendizado adequado em Matemática é efetuado, necessariamente, com ênfase no argumento lógico, oposto ao autoritário, na distinção de casos, na crítica dos resultados obtidos em comparação com os dados iniciais do problema e no constante direcionamento para o pensamento independente. Esses hábitos são indispensáveis em qualquer área do conhecimento e permitem a formação de profissionais criativos e autoconfiantes e a Matemática é um campo ideal para o seu exercício.

Segundo Druck (op. Cit.), a Matemática vem sendo ensinada através de uma série de exercícios artificiais e mecânicos. Ele afirma assim, que essa maneira mecanizada de se trabalhar com a Matemática pode ser um dos

fatores que contribuem para as representações que hoje se tem a respeito dessa disciplina. Essa abordagem de ensino deixa a impressão de que o objetivo do professor ao ensinar Matemática é apenas o de transmitir os conteúdos, acreditando que, por meios destes, os alunos sejam capazes de compreender a linguagem Matemática e, conseqüentemente, desenvolver o raciocínio lógico, tornando-se aptos a abstrair, analisar, sintetizar e generalizar.

D'Ambrósio (1996, p.29) aponta que os programas de Matemática consistem em coisas acabadas, mortas e absolutamente fora do contexto e com isso, torna-se cada vez mais difícil motivar alunos para uma ciência tão cristalizada.

A omissão dos processos de construção dos conceitos matemáticos acaba provocando grandes prejuízos com relação ao seu aprendizado. Existe assim uma grande diferença entre compreender uma técnica operatória e compreender um conceito matemático. Boa parte dos professores acredita que o ensino contextualizado é aquele em que o professor deve relacionar o conteúdo a ser trabalhado com algo da realidade cotidiana do aluno. Esta realidade cotidiana é quase sempre interpretada como sendo a vida extraescolar dos educandos, Druck (op. Cit).

Passos (1995, p.17) ressalta que concepções e atitudes relativas à Matemática se formam nos primeiros anos de escolaridade e que, à medida que as crianças vão crescendo, essas concepções e atitudes vão sendo cada vez mais difíceis de serem modificadas. Daí a importância e o cuidado com o ensino da Matemática. Não se pode entender a contextualização como banalização do conteúdo das disciplinas, numa perspectiva espontaneísta, incorrendo em desvios ilícitos e antiéticos. Mas como recurso pedagógico para tornar a constituição de conhecimentos um processo permanente de formação de capacidades intelectuais superiores. Capacidades que permitem transitar inteligentemente do mundo da experiência imediata e espontânea para o plano das abstrações.

O cotidiano está impregnado dos saberes e fazeres próprios da cultura. A todo instante, os indivíduos estão comparando, classificando, quantificando, medindo, explicando, generalizando, inferindo e, de algum modo, avaliando, usando os instrumentos materiais e intelectuais que são próprios à sua cultura. O problema é que, a partir de uma leitura equivocada, há um falso entendimento de que todo e qualquer conhecimento matemático deve ser trabalhado com base no cotidiano do aluno. Percebe-se que este tipo de concepção dá extrema ênfase a Matemática aplicada, abandonando com isso, a Matemática pura. (D'AMBRÓSIO, 2001, p. 76).

Contudo, o conhecimento é um só, e é o contexto de interesses que faz ora ser Matemática aplicada, ora ser pura. Mesmo que se considere esse contexto, há de observar que uma depende da outra se o que se deseja é aprimorar a formação do espírito científico. Mas, compreender o que vem a ser conhecimento contextualizado é de fundamental importância para os educadores, Druck, (op. Cit.).

Percebendo a grande importância do professor na sala de aula, educadores e matemáticos deram novos passos para a criação de metodologias de forma a motivar o ensino da Matemática, uma vez que a metodologia tradicional não respondia mais às expectativas dos alunos e de um mundo em constantes mudanças.

Pode-se observar que existe uma preocupação positiva na busca de caminhos que respondam as expectativas dos envolvidos no processo educacional. Sabe-se que não existe o melhor caminho, mas, ampliando as possibilidades, o ensino/educação será mais bem conduzido. Conflitos entre as linhas metodológicas existentes tendem a desaparecer, à medida que se propõe conhecer cada uma e a utilizá-la no momento certo, de forma a melhor preparar os professores para atuarem nas salas de aula na sociedade atual.

A qualidade do ensino não depende exclusivamente do professor, bem como a aprendizagem não é algo apenas do aluno. Não há docência sem

discência. Quem ensina aprende ao ensinar, e quem aprende ensina ao aprender.

Ensinar requer aceitar os riscos do desafio do novo, enquanto inovador, enriquecedor, e rejeitar quaisquer formas de discriminação que separe as pessoas em raça ou classes. Ensinar é ter certeza de que faz parte de um processo inconcluso, apesar de saber que o ser humano é um ser condicionado, portanto, há sempre possibilidades de interferir na realidade a fim de modificá-la. Acima de tudo, ensinar exige a autonomia do ser do educando. (FREIRE, 1996, p.33).

As propostas que surgem são para treinar professores para serem gerentes e implementadores de um conteúdo pré-ordenado, e em métodos e cursos que dificilmente fornecerão aos estudantes uma oportunidade para analisar as prerrogativas ideológicas e interesses subliminares que estruturam a maneira em que o ensino é executado (MCLAREN, 2002, p.11).

Abordando essencialmente sobre a formação de professores de Matemática, tem-se a visão da Matemática tradicionalmente predominante no currículo escolar, como sendo refletida na percepção da sociedade do que vem a ser a Matemática.

Além disso, é importante que o professor entenda que a Matemática estudada deve de alguma forma, ser útil aos educandos, auxiliando-os a compreender, explicar ou organizar sua realidade.

Desse modo, a formação de professores necessita visar a formação de educadores aptos à formação de indivíduos crítico reflexivos que possam vir a ocupar seu lugar na sociedade. Faz-se necessário, portanto, que se proporcionem momentos para experiências, para buscas. O educador precisa estar disposto a ouvir, a dialogar, a fazer de suas aulas momentos de liberdade para falar, debater e ser aberto para compreender o querer de seus educandos.

Entretanto, não podemos ignorar que a matemática é

(...) desde os gregos, uma disciplina de foco nos sistemas educacionais, e tem sido a forma de pensamento mais estável da tradição mediterrânea que perdura até os nossos dias como manifestação cultural que se impôs incontestada, às demais formas (D'AMBRÓSIO, 1998, p. 10).

Temos assim um impasse: em uma ponta existe a realidade educacional brasileira, que se faz presente pelas condições precárias de ensino e na outra a real necessidade da matemática para o desenvolvimento dos alunos.

A escola do terceiro milênio deve, necessariamente, considerar a influência das imagens no cotidiano do educando. E mais, deve observar o reflexo dessa influência de compreender a realidade na sua organização perceptiva, sensorial e cognitiva. (MORAIS, 1997, p.43).

Então, como podemos desenvolver com os alunos os conceitos matemáticos de maneira adequada, nas atuais condições dos sistemas públicos? Embora tal questionamento não seja objeto de resposta em nosso trabalho, ele perpassa toda a nossa proposta de reflexão, pois, olhar a realidade do aluno, vivenciar suas dificuldades e questionar as diversas maneiras de aprendizagem faz parte deste estudo e do caminho trilhado para a sua construção.

Silva (2010) assinala que

(...) como construção lógico-dedutiva, como exercício de pensamento ou como auxiliar na experiência humana, o conhecimento matemático permeia a linguagem e as práticas cotidianas. Para alguns desperta interesse e instiga, para outros pode ser indiferente. Mas, para muitos, a assimilação (ou não) do conhecimento matemático no contexto escolar pode tornar-se constrangedor, gerando dificuldades, rejeição e pouco aproveitamento. Assim questiona-se, frequentemente, tanto os limites da construção como as formas de apropriação desse conhecimento. Várias dificuldades de aprendizagem apoiam-se em consensos como, por exemplo, que a Matemática é, por excelência, uma ciência abstrata e por isso mais difícil de ser assimilada; ou, ainda, que sua compreensão exige do aprendiz posturas e habilidades especiais (p. 01).

O ensino da lógica não é um fim em si mesmo, mas sim, como temos defendido nesta dissertação, uma ferramenta de apoio e de facilitação do aprendizado, neste trabalho trataremos das noções básicas de lógica e de argumentação, buscando aplicar os conceitos nos problemas de raciocínio lógico, não há expectativa de esgotar os assuntos, mas sim de oferecer ao aluno exposto ao estudo da lógica, desenvolver e aperfeiçoar suas capacidades de compreensão e análise de enunciados matemáticos, bem como lapidar a forma como organizar e conectar ideias ao pensar e escrever.

No capítulo a seguir, colocamos em tela a descrição das atividades desenvolvidas pelos alunos, ao longo do experimento.

4 UMA EXPERIÊNCIA EM ANÁLISE: O DESEMPENHO DE ALUNOS DO 8º ANO APÓS ATIVIDADES DE RACIOCÍNIO LÓGICO

Uma pesquisa é sempre, de alguma forma, um relato de longa viagem empreendida por um sujeito cujo olhar vasculha lugares muitas vezes já visitados. Nada de absolutamente original, portanto, mas um modo diferente de olhar e pensar determinada realidade a partir de uma experiência e de uma apropriação do conhecimento que são, aí sim, bastante pessoais (DUARTE, 2002, p. 23).

O experimento foi elaborado de modo a envolver atividades que estimulassem e desenvolvessem o raciocínio lógico dos alunos.

O campo empírico da pesquisa foi uma escola municipal, localizada cerca de trinta quilômetros do centro de Duque de Caxias, na Baixada Fluminense (RJ). A experiência foi realizada com os trinta e quatro alunos de uma turma de 8ª série do Ensino Fundamental, desta escola.

Os sujeitos do estudo tiveram acesso a todas as informações sobre a pesquisa e puderam não participar a qualquer momento, sem nenhum prejuízo na relação com o pesquisador ou com a Instituição.

Foi garantido o sigilo que assegurou a privacidade dos sujeitos quanto aos dados confidenciais envolvidos na pesquisa, sendo divulgados somente dados diretamente relacionados aos objetivos da mesma, conforme orientação contida nas diretrizes e normas regulamentadoras de pesquisas envolvendo seres humanos, resolução CNS 196 (1996), Projeto nº0145.0.317.000-11, aprovado no CEP/UNIGRANRIO em 10 de Novembro de 2011.

O experimento foi elaborado de modo a ser possível “medir” o desempenho dos alunos submetidos às atividades de raciocínio lógico através de comparação com desempenho de alunos não submetidos a tais atividades.

4.1 DESCRIÇÕES DA EXPERIÊNCIA

Dos trinta e quatro alunos, dez foram selecionados para participarem de atividades especiais desenvolvidas no laboratório de informática da escola. Essas atividades são extracurriculares e têm como objetivo o desenvolvimento do raciocínio lógico.

O critério de escolha desses dez alunos foi, inicialmente, o desejo voluntário de participar da pesquisa. Nesta etapa, 28 alunos se mostraram interessados. A seleção dos 10 alunos foi feita com base nos resultados obtidos em uma prova de múltipla escolha, nos moldes de Prova Brasil, a qual foi aplicada a todos os 34 alunos da turma. O processo de seleção dos 10 alunos consistiu em organizar os graus dos 28 alunos aos pares. Cada par foi formado por graus iguais ou o mais próximo possível. Obtidos os 14 pares, foram então escolhidos 10, aleatoriamente. Finalmente, de cada par de alunos foi selecionado, também aleatoriamente um aluno, formando assim o grupo de 10 alunos referido acima. Ressaltamos que essa forma de escolha dos alunos possibilitará a utilização de testes estatísticos para analisar os resultados do experimento, o que será feito detalhadamente no próximo capítulo “Análise dos Resultados”.

As aulas de Matemática ocorriam nas quintas e sextas-feiras, dois tempos em cada dia. Os 34 alunos foram então divididos em 3 grupos: 10 alunos selecionados para as atividades especiais no laboratório, o qual chamaremos grupo1, 10 alunos que formam os pares com os 10 alunos do grupo 1, o qual denominaremos grupo 2, e os restantes 14 alunos, formando o grupo 3.

A experiência com estes grupos durou 6 semanas. Constituiu-se em:

- (a) Nas sextas-feiras, durante 2 tempos de aula, o grupo1 fazia atividades especiais no laboratório de informática, enquanto que os grupos 2 e 3 tinham atividades de reforço em matemática, na sala de aula.
- (b) Nas quintas-feiras, durante 2 tempos, todos os 34 alunos tinham normalmente aula de matemática na sala de aula.

As atividades especiais com os 10 alunos do grupo1, ocorriam no Laboratório de Informática sob a supervisão do professor/pesquisador, cujo papel era fornecer orientação para a realização das atividades propostas. Cada computador era utilizado por dois alunos, não sendo os mesmos necessariamente, em todas as sextas-feiras.

O quadro de horário da turma, em virtude de um tempo livre, possibilitou 45 minutos de intercâmbio entre o Professor/Pesquisador e o grupo1, em sala de aula, imediatamente antes das atividades no laboratório, tempo esse utilizado para delinear como seriam desenvolvidas as atividades no laboratório, para definir os grupos de trabalho, apresentar o material para atividade do dia, e dar orientação sobre procedimentos e condutas no desenvolvimento do trabalho. Também nesse tempo era feita e apresentação de conteúdo teórico necessário para realização das atividades.

Após esse tempo de aula, os dez alunos do grupo1 se deslocam para o laboratório de informática, agora sob a supervisão de outro professor, que atua na escola como mediador e responsável pelo laboratório de informática. Simultaneamente, o restante da turma, os vinte e quatro alunos, tinham aula de reforço em matemática com o professor/pesquisador, na sala de aula.

O professor responsável pelo laboratório teve a incumbência de auxiliar os alunos no uso do computador, manter a disciplina, evitar entrada de outras pessoas, bem como controlar para que as atividades propostas sejam realizadas e apresentar um relatório sobre as atividades desenvolvidas e eventuais dificuldades encontradas.

Como vimos anteriormente, a experiência descrita aqui consiste de duas partes importantes. Uma delas é formada pelas atividades especiais, executadas pelos 10 alunos do grupo1, no laboratório de informática a outra é formada pelas atividades desenvolvidas nas aulas de matemática nas quintas-feiras para todos os alunos, e nas sextas-feiras para o grupo2 e grupo3.

As aulas de matemática nas sextas-feiras foram planejadas com base nos resultados de uma prova diagnóstica aplicada aos 34 alunos, antes de iniciar as aulas de reforço e a execução do experimento e, com base nela, foram selecionados os conteúdos onde os alunos apresentaram maior

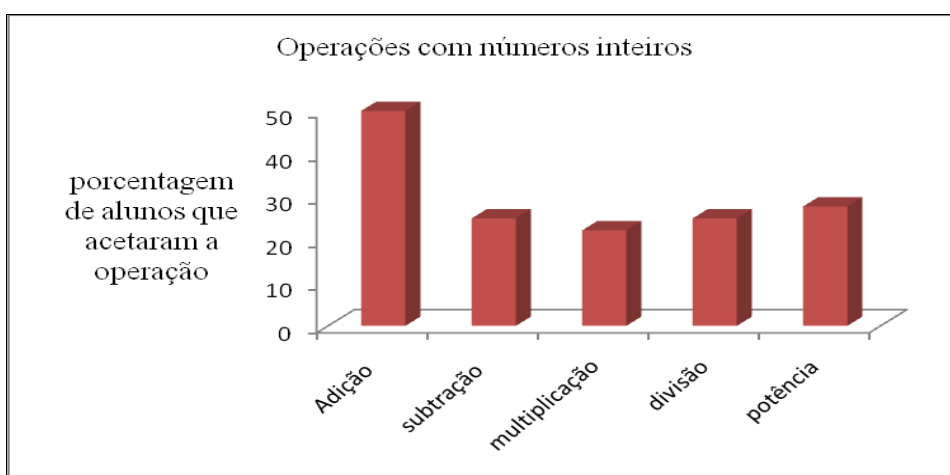
deficiência. Durante a execução do projeto, ao longo das 6 semanas, nas sextas-feiras não foram apresentados assuntos novos constantes do planejamento anual do 8º ano, de modo a não acarretar prejuízo aos alunos que não se encontravam na sala de aula. Em contra partida, as aulas de matemática nas quintas-feiras foram aulas previstas no planejamento.

Após as seis semanas de realização do projeto toda turma foi submetida a uma nova avaliação, nos moldes da Prova Brasil, de modo a comparar os resultados obtidos pelos alunos que foram alvo de análise no projeto e ainda realizar uma entrevista com os 10 alunos do grupo1 de modo identificar as vantagens da inclusão de atividades que desenvolvam o raciocínio lógico enquanto facilitadora do ensino da matemática, na opinião dos mesmos.

4.2 ANÁLISE DOS RESULTADOS DA PROVA DIAGNÓSTICA

No assunto operações com números inteiros 50% dos alunos acertaram a adição de números inteiros, 25% dos alunos acertaram subtração de números inteiros, 22,2% dos alunos acertaram a multiplicação, 25% acertaram a divisão e 27,8% acertaram potenciação, conforme exposto no gráfico abaixo.

Gráfico 1



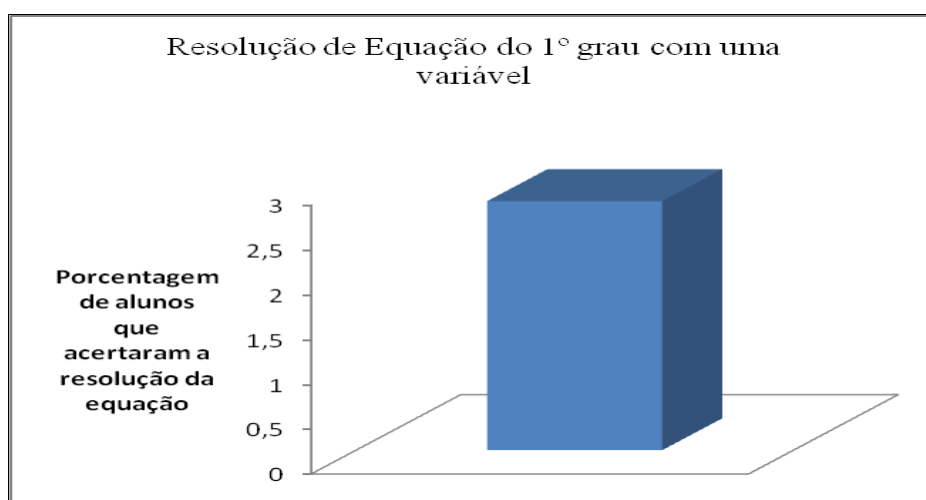
Fonte: Avaliação diagnóstica 2011

Em relação ao assunto operações com números racionais, verificamos que apenas 8,3% dos alunos acertaram a adição, somente 5,6% dos alunos acertaram a subtração, 5,6% dos alunos acertaram a multiplicação e 2,8% dos alunos acertaram a divisão conforme podemos observar no gráfico a seguir.

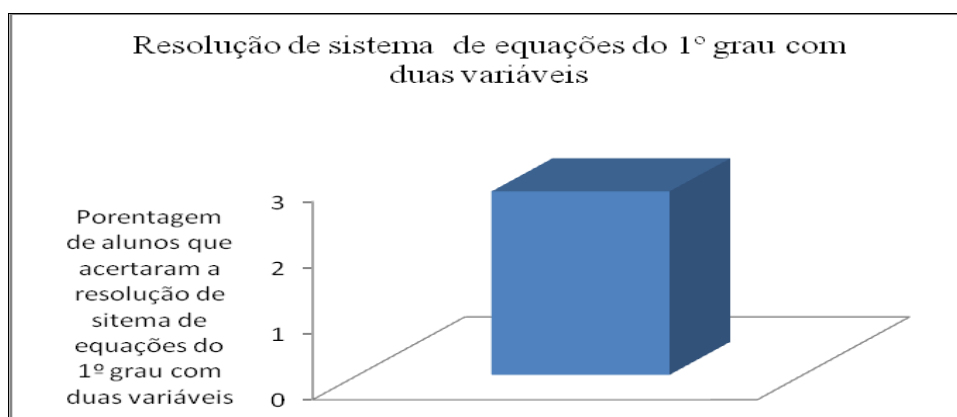
Gráfico 2

Fonte: Avaliação diagnóstica 2011

Em relação ao assunto resolução de equação do 1º grau com uma variável apenas 5,6% dos alunos acertaram. 2,8% dos alunos acertaram resolução de sistemas de equações do 1º grau com duas variáveis conforme os gráficos 3 e 4.

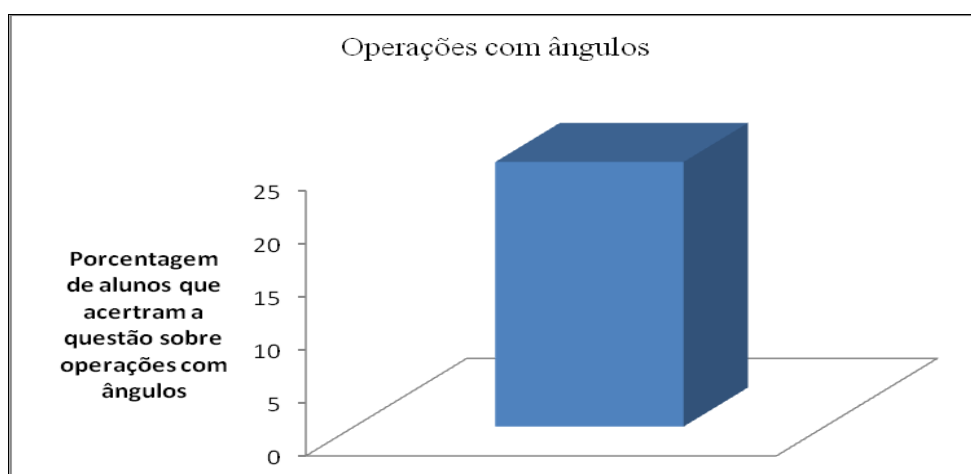
Gráfico 3

Fonte: Avaliação diagnóstica 2011

Gráfico 4

Fonte: Avaliação diagnóstica 2011

Em relação ao assunto operação com ângulos 25,6% dos alunos acertaram. Conforme o gráfico abaixo.

Gráfico 5

Fonte: avaliação diagnóstica 2011

4.3 DESCRIÇÃO DAS ATIVIDADES EM SALA DE AULA COM BASE NA ANÁLISE DOS DADOS APRESENTADOS

Com base na análise dos dados apresentados foram realizadas durante seis semanas, atividades em sala de aula de modo a rever os conteúdos, ministrando aulas de absorção de pré-requisito. As aulas foram ministradas com resolução de listas de exercícios, já que não havia nenhum material de apoio pronto para ministrar as aulas de absorção de pré-requisitos de matemática no livro didático adotado. Os exercícios contidos nas listas foram baseados nos conteúdos que os alunos tiveram pior desempenho e que são necessários para as aulas do ensino regular do 8º ano do Ensino Fundamental. Cada lista de exercícios foi resolvida em sala pelos alunos, sempre precedida de uma revisão teórica sobre o conteúdo, corrigida e entregue aos alunos na aula seguinte. Os exercícios que suscitaram dúvidas foram resolvidos pelo professor/ pesquisador na sala de aula.

A partir da seleção do conteúdo mínimo estabelecido foram traçados objetivos, já descritos em tabelas anteriores, que devem ser alcançados e criado o plano de ensino I anexo.

Em cada dia de aula havia dois tempos de aula com duração de quarenta e cinco minutos cada. O planejamento das aulas está exposto nos quadros seguintes.

Quadro número 1: primeiro dia de aula

Tabela 2 Planejamento reforço1

Aula nº	Assuntos	Objetivos específicos	Instrumento usado
1	Operações com Números inteiros	Efetuar adição de dois números inteiros quaisquer Efetuar a diferença de dois números inteiros Determinar o produto de dois números inteiros Efetuar divisões de números inteiros Efetuar a potenciação de números inteiros	Lista de exercícios número 1
2		Efetuar a potenciação de números inteiros Efetuar a radiciação de números inteiros	

Quadro número 2: Lista de exercícios número 1

Tabela 3 Lista de exercícios reforço1

Exercício	Objetivo
Calcule as seguintes somas: $(+8) + (+10)$ $0 + (-10)$ $(+5) + (-3)$ $(-20) + (+2) + (-6)$	Efetuar adição de números inteiros

<p>Calcule as diferenças:</p> $(+8) - (+10)$ $(17) - (-5)$ $(-3) - (10)$ $(13) - (17)$ $(-7) - (-3)$	<p>Efetuar a diferença números inteiros</p>
<p>Calcule os produtos:</p> $(+8) \cdot (-10)$ $(-5) \cdot (+3)$ $(-2) \cdot (-3)$ $(4) \cdot (+4)$	<p>Determinar o produto de números inteiros</p>
<p>Calcule os quocientes:</p> $\frac{(+8)}{(-4)}$ $\frac{(-4)}{(+2)}$ $\frac{(-10)}{(-5)}$ $\frac{(+5)}{(+5)}$	<p>Efetuar divisões de números inteiros</p>
<p>Calcule as potências:</p> $(+2)^5$ $(-4)^3$ $(-5)^2$ $(+2)^4$ $(-17)^0$	<p>Efetuar a potenciação de números inteiros</p>
<p>Calcule, pela decomposição em fatores primos, a raiz quadrada dos seguintes números:</p> $\sqrt{576}$ $\sqrt{144}$ $\sqrt{625}$ $\sqrt{196}$	<p>Efetuar a radiciação de números inteiros</p>

Quadro número 3: segundo dia de aula

Tabela 4 Planejamento reforço2

Aula nº	Assuntos	Objetivos específicos	Instrumento usado
3	Operações com Números inteiros	Resolver expressões numéricas com números inteiros que envolvam as operações estudadas.	Lista de exercícios número 2
4	Operações com números racionais	Efetuar adição de números racionais quaisquer Efetuar a diferença de dois números racionais.	Lista de exercícios número 2

Quadro número 4: Lista de exercícios número 2

Tabela 5 Lista exercícios reforço2

Exercício	Objetivo específico
<p>Calcule as seguintes adições:</p> $\frac{2}{3} + \frac{51}{3}$ $\frac{2}{5} + \frac{1}{5}$ $\frac{2}{3} + \frac{1}{4}$ $\frac{3}{5} + \frac{2}{15} + \frac{1}{30}$ $\frac{1}{2} - \frac{5}{12} + 2$	Efetuar adição de números racionais

<p>Calcule as seguintes diferenças:</p> $\frac{2}{3} - \frac{51}{3}$ $\frac{2}{5} - \frac{1}{5}$ $\frac{2}{3} - \frac{1}{4}$ $\frac{3}{5} - \frac{2}{15}$ $\frac{1}{2} - (+2)$	<p>Efetuar a diferença de dois números racionais.</p>
<p>Resolva as seguintes expressões:</p> <p>a) $-2 + \{-1 + [5 - 3 \cdot (10 + 1) : 3] - 5 \cdot 7\}$</p> <p>b) $-5 - [3 \cdot (7 - 5 - 3) - 22 \div 11]$</p> <p>c) $\{-5 + [(-3)^2 - (-4 - 2) + (-3) \cdot (+2)] + \sqrt{81}\}$</p> <p>d) $3^2 - \{30 \div 5 - [-7 \cdot (5 - 2) + 3] \div \sqrt{36}\}$</p> <p>e) $\{2 \cdot [(\sqrt{81} - \sqrt{36} \div 3)^2 - 48]^4 - 25\}$</p>	<p>Resolver expressões numéricas com números inteiros que envolvam as operações estudadas.</p>

Quadro número 5: terceiro dia de aula

Tabela 6 Planejamento reforço3

Aula nº	Assuntos	Objetivos específicos	Instrumento usado
5	Operações	Efetuar adição de números racionais	Lista de exercícios número 3
6	com Números racionais	Determinar o produto de dois números racionais Efetuar divisões de números racionais	

Quadro número 6: Lista de exercícios número 3

Tabela 7 Lista exercícios reforço3

Exercício	Objetivo
<p>Efetue as seguintes adições:</p> <p>a) $\left(-\frac{4}{5}\right) - \left(-\frac{7}{4}\right) + \left(\frac{2}{5}\right)$</p> <p>b) $\left(\frac{5}{8}\right) + \left(-\frac{4}{3}\right) - 3$</p> <p>c) $-\left(\frac{4}{9}\right) + \left(-\frac{18}{8}\right) - \left(\frac{1}{2}\right)$</p> <p>d) $-\left(\frac{2}{5}\right) + \left(-\frac{1}{3}\right) - \left(\frac{1}{5}\right) - 6$</p>	Efetuar adição de números racionais
<p>Calcule os produtos:</p> <p>a) $\left(-\frac{4}{5}\right) \cdot \left(-\frac{7}{4}\right)$</p> <p>b) $\left(\frac{5}{8}\right) \cdot \left(-\frac{4}{3}\right)$</p>	Determinar o produto de números racionais

<p>c) $\left(\frac{4}{9}\right) \cdot \left(\frac{18}{8}\right)$</p> <p>d) $\left(-\frac{3}{7}\right) \cdot (-2)$</p>	
<p>Calcule as divisões:</p> <p>a) $\left(-\frac{2}{5}\right) \div \left(-\frac{5}{4}\right)$</p> <p>b) $\left(\frac{3}{8}\right) \div \left(-\frac{4}{3}\right)$</p> <p>c) $\left(\frac{4}{9}\right) \div \left(\frac{1}{8}\right)$</p> <p>d) $\left(-\frac{3}{7}\right) \div (-2)$</p>	<p>Efetuar divisões de números racionais</p>

Quadro número 7: quarto dia de aula

Tabela 8 Planejamento reforço4

Aula nº	Assuntos	Objetivos específicos	Instrumento usado
7	Operações	Efetuar operações com expressões numéricas com números racionais	Lista de exercícios número 4
8	com Números racionais	Efetuar a potenciação de números racionais com expoentes inteiros e negativos	

Quadro número 8: Lista de exercícios número 4

Tabela 9 Lista exercícios reforço4

Exercício	Objetivo
<p>Calcule o valor de cada expressão abaixo:</p> <p>a) $\frac{\frac{2}{3} + \frac{3}{9}}{\frac{1}{3} - \frac{3}{4}}$</p> <p>b) $\frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{3}{8}}{-1 - \frac{2}{3}}$</p> <p>c) $\left[2 - \left(-\frac{5}{2}\right) \div \frac{11}{4}\right] \cdot \left(-\frac{11}{4}\right)$</p> <p>d) $\frac{\left(2 - \frac{1}{5}\right) \cdot \frac{3}{2}}{\frac{3}{2} - \frac{4}{6} + \frac{4}{5} - \frac{9}{10}}$</p> <p>e) $\left(\frac{2}{5} + \frac{1}{6}\right) \div \left(2 - \frac{5}{3}\right)$</p>	<p>Resolver expressões numéricas com números racionais que envolvam as operações de adição, subtração, divisão e multiplicação</p>

Quadro número 9: Quinto dia de aula

Tabela 10 Planejamento reforço5

Aula nº	Assuntos	Objetivos específicos	Instrumento usado
9	Potência	Efetuar a potenciação de números racionais com expoentes inteiros	Lista de exercícios número 5
10	Radiciação	Extrair a raiz quadrada de números racionais quadrado perfeito.	

Quadro número 10: Lista de exercícios 5

Tabela 11 Lista exercícios reforço 5

Exercício	Objetivo
<p>Calcule as potências:</p> <p>a) 10^{-3}</p> <p>b) $(-2)^{-5}$</p> <p>c) $(0,2)^{-4}$</p> <p>d) $\left(\frac{5}{2}\right)^3$</p> <p>e) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-2}$</p> <p>f) $\left(\frac{1}{8}\right)^{-1}$</p>	<p>Efetuar a potenciação de números racionais com expoentes inteiros</p>
<p>Calcule a raiz quadrada de:</p> <p>a) $\sqrt{\frac{100}{81}}$</p> <p>b) $\sqrt{0,64}$</p> <p>c) $\sqrt{3,24}$</p> <p>d) $\sqrt{\frac{625}{729}}$</p> <p>e) $\sqrt{\frac{0,64}{0,36}}$</p> <p>f) $\sqrt{\frac{1,21}{1,69}}$</p>	<p>Extrair a raiz quadrada de um número racional quadrado perfeito.</p>

Quadro número 11: Sexto dia de aula

Tabela 12 Planejamento reforço6

Aula nº	Assuntos	Objetivos específicos	Instrumento usado
11	Operações com Números racionais	Resolver expressões numéricas com números racionais que envolvam as operações estudadas.	Lista de exercícios numero 6

Quadro número12: Lista de exercícios número 6

Tabela 13 Lista exercícios reforço6

Exercício	Objetivo
<p>Resolva as expressões abaixo:</p> <p>a) $\left(-2 - \frac{2}{5}\right) \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)^2$</p> <p>b) $\left(5 - \frac{1}{2}\right)^2 \div \left(\frac{1}{2} - 2\right)^3$</p> <p>c) $\left(\frac{1}{5} - \frac{1}{2}\right) - \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) \cdot \frac{2}{5}$</p> <p>d) $\left[\left(-\frac{2}{3}\right) \div \left(\frac{1}{4}\right) \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)\right]^{-2}$</p> <p>e) $\frac{-10}{2 - \frac{3}{2}}$</p>	<p>Resolver expressões numéricas com números racionais que envolvam as operações estudadas.</p>

Todo planejamento proposto foi integralmente cumprido, respeitamos a velocidade dos alunos em relação à aprendizagem.

Os dez alunos participantes do projeto não realizaram essa atividade em nenhum momento, ficando as sextas-feiras destinadas integralmente para o projeto.

A aula foi ministrada da maneira tradicional e o assunto abordado não despertou grande interesse da maioria dos alunos, embora boa parte das tarefas propostas tenha sido cumprida pela grande maioria dos alunos.

Não houve no fim das seis aulas nenhum tipo de avaliação, mas a sensação deixada é que não houve motivação suficiente para um maior engajamento por parte dos alunos, mesmo após os comentários e correções da lista de exercícios os erros cometidos, frequentemente se repetiam.

4.4 DESCRIÇÃO DAS ATIVIDADES ESPECIAIS

Apresentamos a lista dos problemas de lógica aplicados aos sujeitos dessa pesquisa. Optamos por apresentá-los na mesma ordem em que foram aplicados, para evidenciar o sentido da escolha de cada um no seu momento específico.

As atividades não visam mensurar a inteligência dos alunos envolvidos no projeto. Nosso interesse encontra-se nas estratégias utilizadas para resolver tais problemas e no auxílio ao desenvolvimento de esquemas mentais matemáticos a partir da resolução de problemas de lógica.

1ª AULA

ADIVINHAR NÚMERO



Figura 4 Adivinhar número

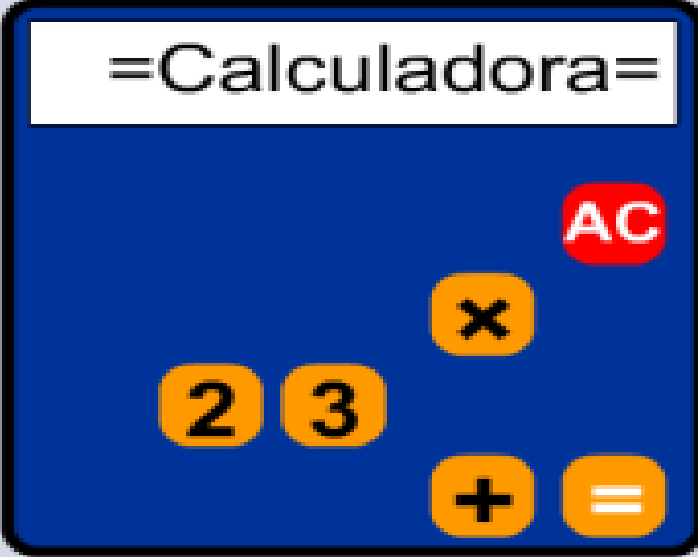
Fonte: <http://www.genmagic.net/mates1/pn1c.swf>

CALCULADORA QUEBRADA

Level 1 Resetar

A maioria das teclas caíram da calculadora. Você tem **4 minutos** para fazer estes números.

6	12
7	15
8	20
10	50



Começar

Tempo restante: 4 : 00

Figura 5 Calculadora quebrada

Fonte: <http://rachacuca.com.br/jogos/calculadora-quebrada/>

Como jogar "Calculadora Quebrada"

Use os números e as operações disponíveis na calculadora para fazer os números pedidos no menor tempo possível.

ARITMÉTICA



Figura 6 Aritmética

Fonte: <http://rachacuca.com.br/jogos/aritmetica/>

Como jogar "Aritmética"

Clique nos números para que eles sejam posicionados na equação. As operações à esquerda são resolvidas com preferência de ordem.

LETROCA

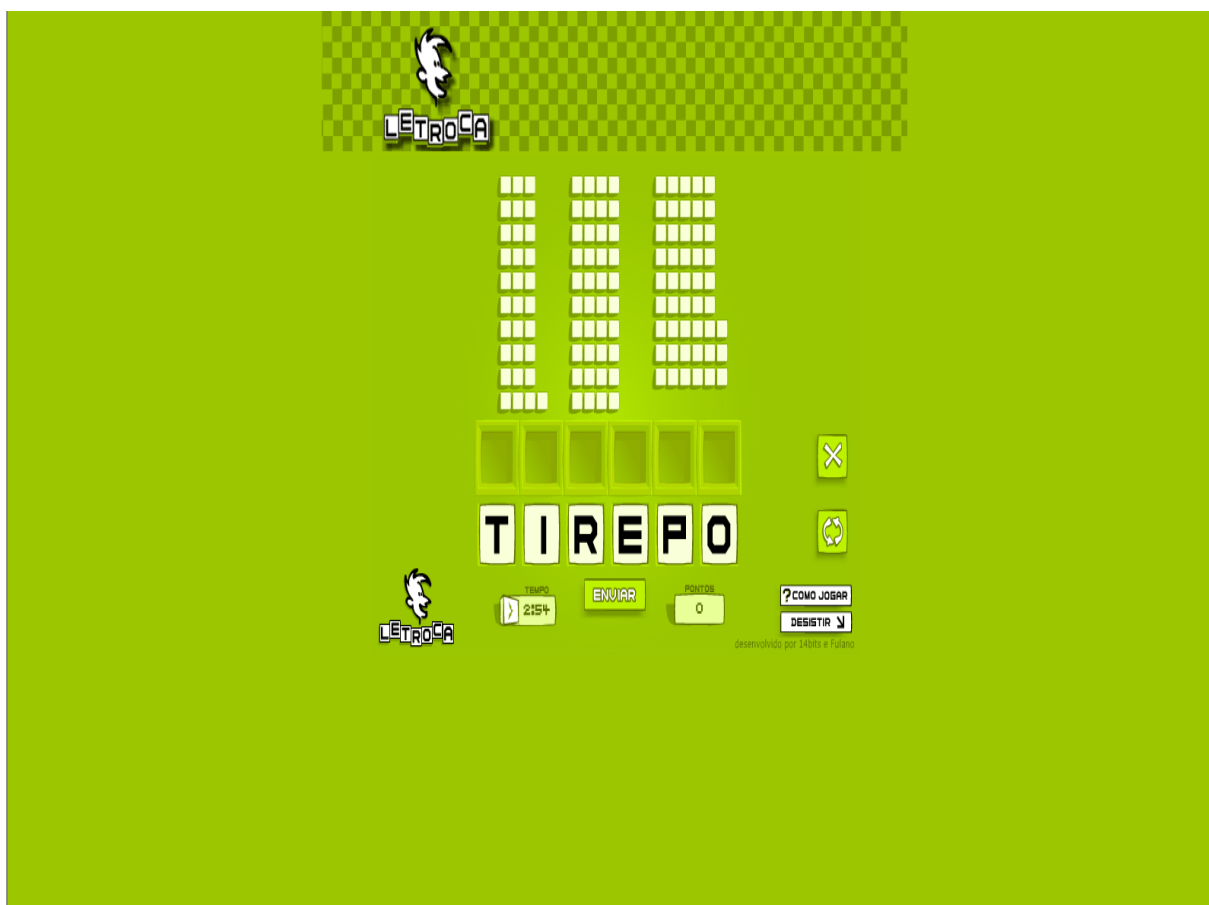


Figura 7 Letroca

Fonte: <http://www.fulano.com.br/scripts/jogosOnline/Letroca/LetrocaAbertura.asp>

Como jogar Letroca: O objetivo é usar as letras disponíveis para formar palavras.

2ª AULA

BALANÇA LÓGICA

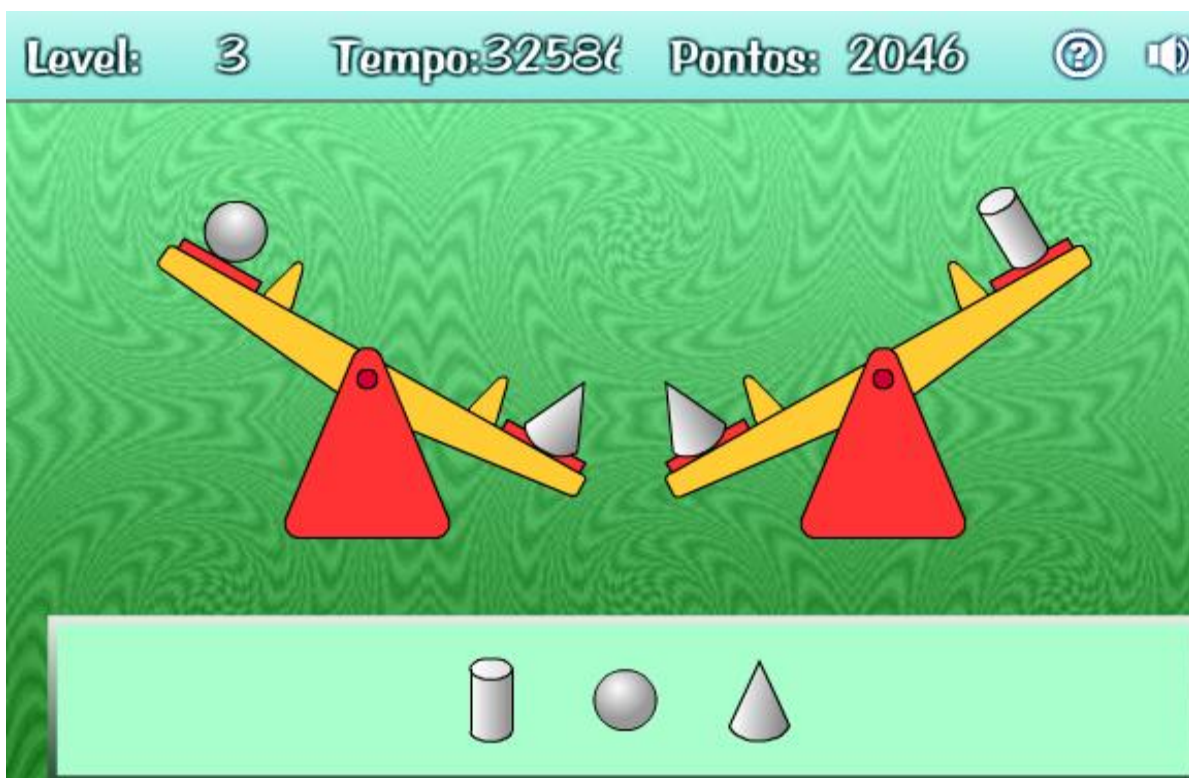


Figura 8 Balança lógica

Fonte: <http://rachacuca.com.br/jogos/balanca-logica/>

A partir das posições das balanças é possível determinar, logicamente, qual é o objeto com maior massa ("mais pesado").

TORRE DE HANÓI



Figura 9 Torre de hanói

Fonte: http://www.atividadeseducativas.com.br/atividades/200_torredospinos/200_torredospinos.php

O objetivo transportar todos os discos para outro pino movimentando um por vez, mas não esqueça, os menores sempre em cima dos maiores.

GENIUS

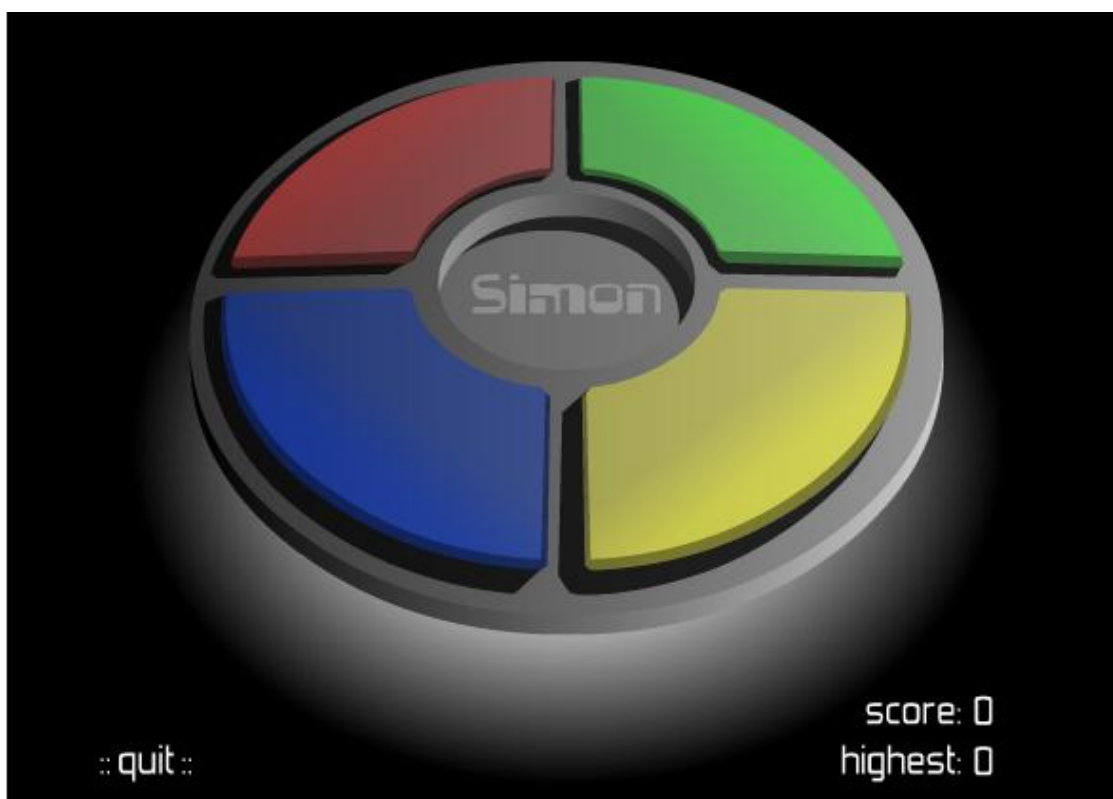


Figura 10 Genius

Fonte: <http://jogosonline.clickgratis.com.br/memoria/genius-526.html>

O objetivo é repetir a mesma sequência feita aleatoriamente.

3ª AULA

JARROS

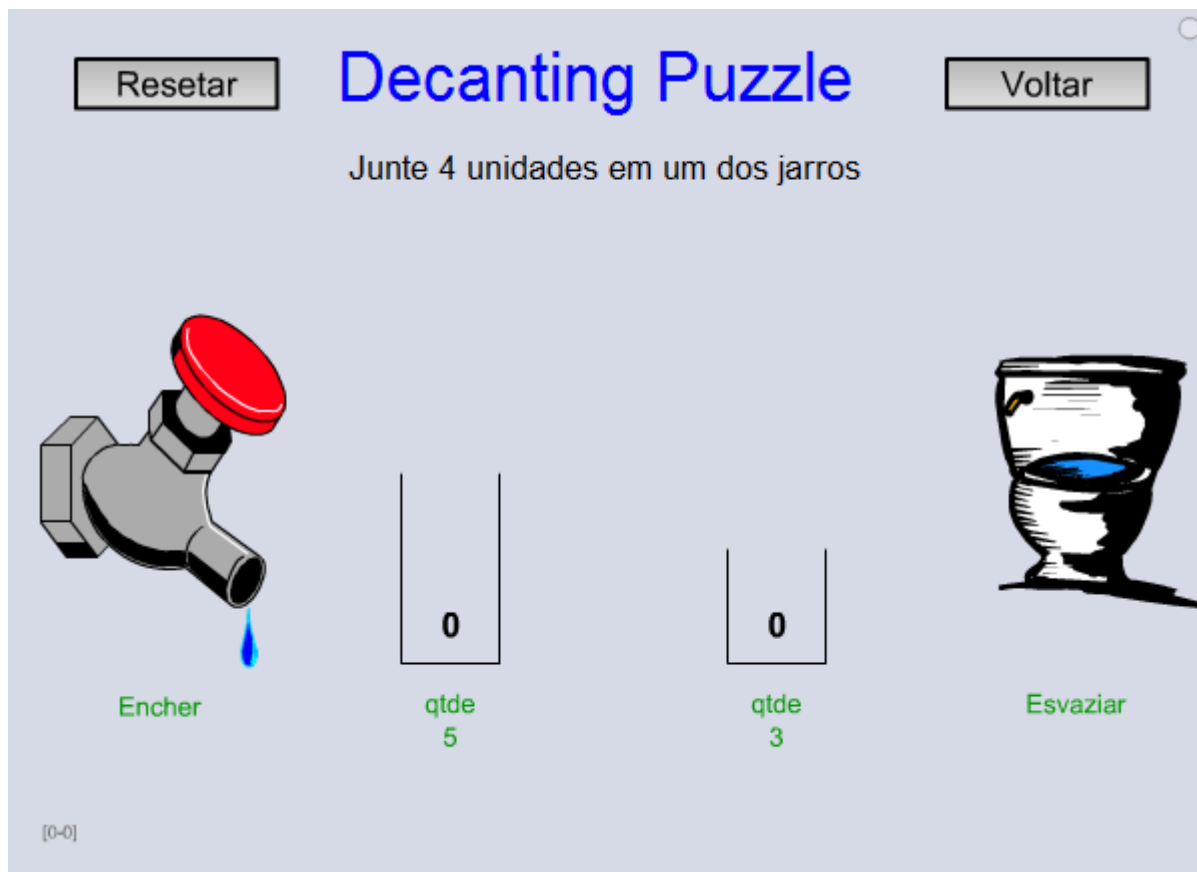


Figura 11 Jarros

Fonte: <http://rachacuca.com.br/jogos/jarros/>

Como jogar "Jarros"

Clique no jarro e arraste até a torneira para enchê-lo. Arraste e solte sobre o outro jarro para passar água. Para esvaziar o jarro, basta arrastar e soltar sobre a privada. O uso da água é ilimitado. O seu objetivo é juntar a quantidade pedida de água em único jarro.

SUDOKU

9	4		1		2		5	8
6				5				4
		2	4		3	1		
	2						6	
5		8		2		4		1
	6						8	
		1	6		8	7		
7				4				3
4	3		5		9		1	2

SUDOKU

Fonte: <http://rachacuca.com.br/logica/sudoku/facil/1/>

4ª AULA

LÂMPADAS

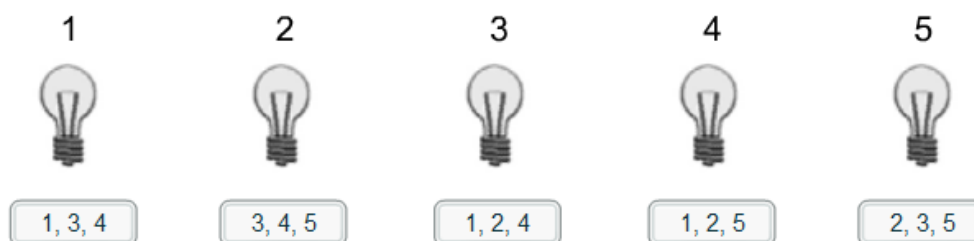


Figura 12 Lâmpadas

Fonte: <http://rachacuca.com.br/jogos/lampadas/>

Como jogar "Lâmpadas"

Cada botão serve como interruptor das três lâmpadas indicadas pelo número no botão. você deverá acender todas as lâmpadas.

O LOBO E A OVELHA



Figura 13 O lobo e a ovelha

Fonte: <http://rachacuca.com.br/jogos/o-lobo-e-a-ovelha/>

Como jogar "O Lobo e a Ovelha"

O barquinho do camponês comporta apenas um item, além dele próprio. O barquinho pode levar e trazer itens. Você deve ficar atento às seguintes regras:

- O lobo devora a ovelha se os dois ficarem sozinhos e;
- A ovelha come o couve se ficar sozinha com ele.

Clique no item que deseja levar para o outro lado e, em seguida, clique no barco.

TANGRAM

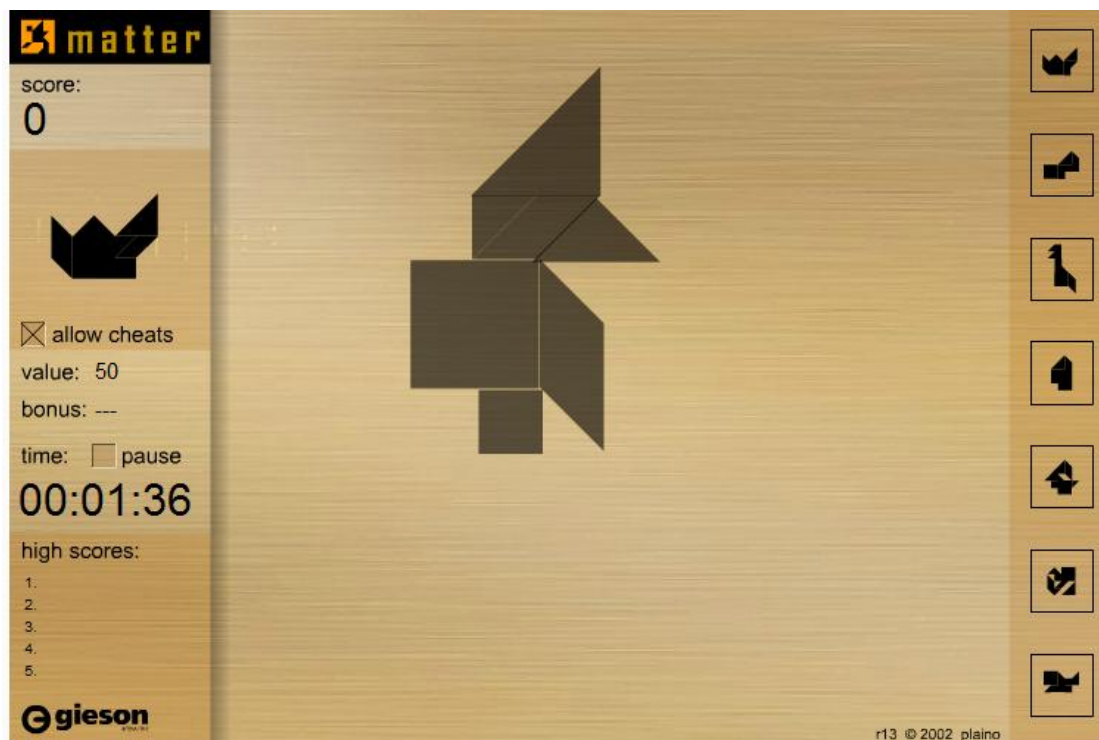


Figura 14 Tangra

Fonte: <http://ultradownloads.com.br/jogo-online/Raciocinio/Pecas-de-Tangram/>

Como jogar "Tangran"

Este quebra cabeça chinês vai exigir muito raciocínio para que você o complete. O desafio está em usar as sete peças dadas, alinhando-as sem colocar uma sobre as outras, para montar a figura mostrada. A pontuação em cada nível depende do tempo que o jogador demora para organizar as peças, portanto seja rápido e treine sua mente nesse jogo super divertido e desafiador!

5ª AULA

PONTE ESCURA

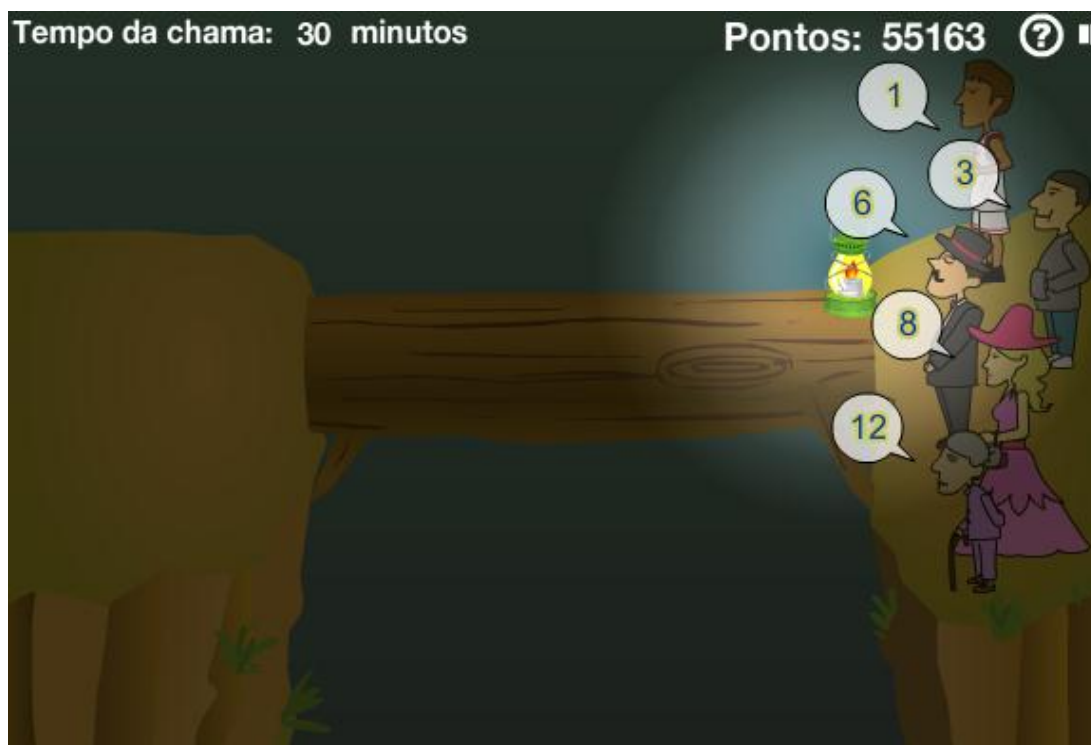


Figura 15 Ponte escura

Fonte: <http://rachacuca.com.br/jogos/ponte-escura/>

Como jogar "Ponte Escura"

A lamparina tem uma chama com duração de 30 minutos e cada pessoa leva um determinado tempo (mostrado nos balões) para atravessar a ponte. Escolha duas pessoas que vão atravessar a ponte. Fique atento, pois as duas pessoas escolhidas irão atravessar a ponte no tempo da pessoa mais lenta. É ainda necessário o uso da lamparina para cada travessia.

TRAVESSIA DO RIO



Figura 16 Travessia do rio

Fonte: <http://www.portalchapeco.com.br/~jackson/rio.htm>

Para iniciar clique no círculo

As regras são as seguintes:

- 1 - Somente o pai, a mãe e o policial sabem pilotar o barco;
- 2 - A mãe não pode ficar sozinha com os filhos;
- 3 - O pai não pode ficar sozinho com as filhas;
- 4 - O prisioneiro não pode ficar sozinho com nenhum integrante da família;
- 5 - O barco só pode transportar 2 pessoas por vez.
- 6 - Você pode ir e vir com as pessoas quantas vezes precisar.

SEIS SAPOS NA LAGOA



Figura 17 Seis sapos na lagoa

Fonte: <http://www.cp2.kit.net/sapos.html>

Dois grupos de sapos se encontraram no meio da lagoa. Eles precisam seguir seu caminho e, para isso, você deve ajudá-los a trocar de lado. Basta clicar no sapo para ele saltar para a pedra vaga mais próxima vazia.

6ª AULA

O JOGO DO 15 – SAM LOYD

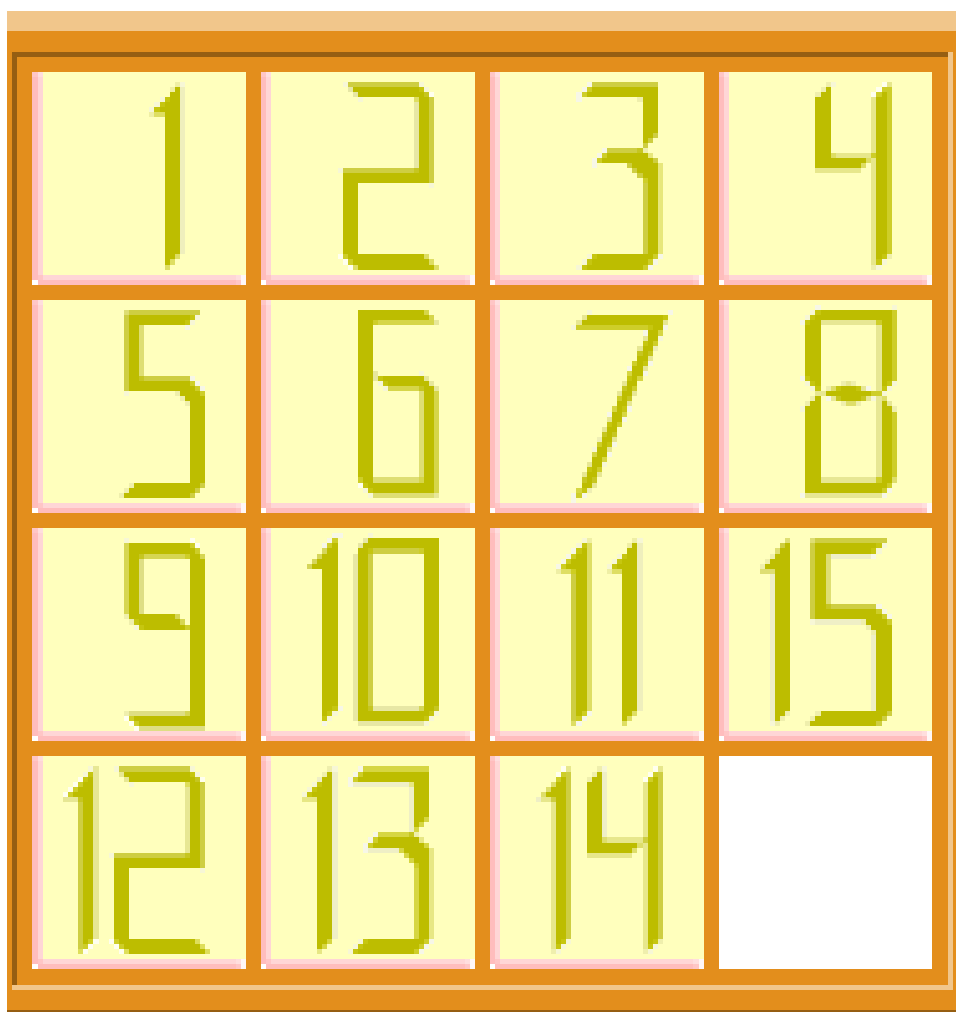


Figura 18 O jogo dos 15-Sam Loyd

Fonte: <http://www.testonline.com.br/quinze.htm>

O objetivo do jogo é dispor em ordem crescente os números 1 a 15. Na **versão original** os números já vinham ordenados, com exceção do 14 e do 15, em posições trocadas. Clicando sobre um número ele ocupará a casa vazia adjacente.

PROBLEMA 1 LÓGICA

	Casa 1	Casa 2	Casa 3
Cor	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Nacionalidade	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

O Espanhol mora diretamente à direita do homem que mora na casa vermelha.

O Italiano mora na segunda casa.

O Alemão mora na casa azul.

Figura 19 Problema de lógica 1

Fonte: <http://rachacuca.com.br/logica/problemas/1/>

Orientação:

1. Comece pelas dicas simples como, por exemplo, "O Alemão mora na primeira casa".
2. A partir das dicas óbvias, é possível ir deduzindo as outras logicamente.
3. Tenha calma e, se achar necessário, use um lápis e papel para tomar nota.

Lembre-se: Cada pessoa pratica um esporte diferente, cria um animal diferente, e assim por diante.

PROBLEMA 2 LÓGICA

	Casa 1	Casa 2	Casa 3
Cor	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Nacionalidade	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Animal	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Esporte	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

O Brasileiro não mora na segunda casa.

Quem cria cachorros gosta de jogar futebol.

Tem uma casa entre o jogador de tênis e a casa preta, que fica a direita.

O homem que cria cavalos mora exatamente do lado esquerdo do homem que cria borboletas.

O homem que cria cachorros mora exatamente do lado direito da casa branca.

O Espanhol mora na terceira casa.

Figura 20 Problema de lógica 2

Fonte: <http://rachacuca.com.br/logica/problemas/2/>

Orientação:

1. Comece pelas dicas simples como, por exemplo, "O Alemão mora na primeira casa".
2. A partir das dicas óbvias, é possível ir deduzindo as outras logicamente.
3. Tenha calma e, se achar necessário, use um lápis e papel para tomar nota.

Lembre-se: Cada pessoa pratica um esporte diferente, cria um animal diferente, e assim por diante.

PROBLEMA 3 LÓGICA

	Casa 1	Casa 2	Casa 3	Casa 4
Cor	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Nacionalidade	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Animal	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Esporte	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

Há duas casa entre o jogador de basquete e o jogador de tênis.

Há uma casa entre o Grego e o jogador de futebol, que mora a esquerda.

A segunda casa é amarela.

Há uma casa entre o criador de cavalos e a casa preta, que fica a direita.

O Alemão mora exatamente a esquerda do homem que cria tartarugas.

Há duas casa entre o criador de cavalos e o criador de borboletas, que mora a direita.

O jogador de basquete mora a direita do jogador de sinuca.

Há uma casa entre o homem que gosta de futebol e a casa vermelha, que fica a direita.

O Espanhol mora na primeira casa.

Figura 21 Problema de lógica3

Fonte: <http://rachacuca.com.br/logica/problemas/3/>

Orientação:

1. Comece pelas dicas simples como, por exemplo, "O Alemão mora na primeira casa".
2. A partir das dicas óbvias, é possível ir deduzindo as outras logicamente.
3. Tenha calma e, se achar necessário, use um lápis e papel para tomar nota.

Lembre-se: Cada pessoa pratica um esporte diferente, cria um animal diferente, e assim por diante.

AMIGAS NA ESCOLA

	Menina 1	Menina 2	Menina 3	Menina 4	Menina 5
Nome	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Mochila	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Matéria	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Animal	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Lugar	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Suco	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

Joana gosta de suco de Abacaxi.
 A menina que tem Hamsters gosta de estudar Artes.
 O suco favorito de Ana é de Limão
 Jéssica está a esquerda da Renata.
 Pati é a primeira da esquerda.
 A menina da direita gosta de estudar Artes.
 Quem toma suco de Laranja gosta de Cavalos
 A pessoa que gosta de suco de Limão está no meio.
 A mochila da Jéssica é Verde.
 A menina à esquerda da do meio viajará Florianópolis.
 Quem quer viajar pra Recife tem a mochila Amarela.
 A menina que gosta do suco de Abacaxi senta ao lado da que viajará para Fernando de Noronha.

A dona da mochila Vermelha vai viajar para Fernando de Noronha.
 A primeira da esquerda usa uma mochila Amarela.
 A menina da mochila Azul tem Cachorros.
 Quem gosta de Biologia senta ao lado da menina que tem Hamsters.
 A garota que senta à direita de quem gosta de História prefere Matemática.
 Quem gosta de suco de Laranja senta ao lado de quem gosta de suco de Maracujá.
 Viajará para o Rio de Janeiro a menina que tem a mochila Preta.
 A garota que gosta de suco de Morango tem Pássaros como animal de estimação.
 A menina que gosta de Biologia senta ao lado da que gosta de Português
 Jéssica viajará para Salvador nas férias.

Figura 22 Amigas na escola

Fonte: <http://rachacuca.com.br/logica/problemas/amigas-na-escola/>

O Objetivo:

Nesse problema, cinco amigas estão sentadas uma ao lado da outra na escola. Cada uma delas prefere tomar um suco, quer viajar pra uma cidade e tem uma matéria favorita. Além disso, possuem uma mochila de cor diferente e gostam de um animal cada uma.

A partir das dicas, qual é a menina que tem gatos como animal de estimação?

4.5 DESCRIÇÃO DA ENTREVISTA E QUESTIONÁRIO DE AVALIAÇÃO DO PROJETO

Por se tratar de um público com pouca experiência na elaboração de textos, optamos por um questionário objetivo, seguido de uma entrevista coletiva, onde foi possível obter maiores considerações acerca do projeto na visão dos alunos, apresentaremos a seguir o questionário seguido da análise do mesmo e da entrevista coletiva.

Questionário Avaliação do aluno.

1. Você gostaria de participar de novos projetos envolvendo a Lógica?

Sim Não

2. As atividades desenvolvidas no laboratório facilitaram o aprendizado de matemática?

Sim Não

3. Acredita que tem alguma relação às atividades do laboratório com a matemática?

Sim Não

4. Você mudou como aluno ao longo desta disciplina?

Sim Não

5. O que você aprendeu nesse curso terá aplicação na sua vida?

Sim Não

6. Você está satisfeito com seu desempenho durante o projeto?

Sim Não

7. Você gostou do método de ensino?

Sim Não

8. Recomendaria a outra pessoa participação em projetos dessa natureza?

Sim Não

Na pergunta número 6 dois alunos responderam não, em todas as demais todos os alunos responderam sim. Na entrevista destacamos algumas considerações feitas pelos alunos. Os alunos julgaram ser a aula desenvolvida no projeto mais interessante, por ser mais dinâmica e desafiadora, pois se sentiam motivados na busca da solução das atividades propostas, a passividade, comum nas salas de aula, é substituída por uma atitude ativa despertada pela curiosidade pelo compromisso na busca da solução.

Destacaram que para resolver as questões propostas, não precisaram fazer uso da memorização ou utilizar métodos e modelos repetidos, mas sim desenvolver estratégias ter diferentes planos, os problemas não constituem experiência repetida, a cada problema um novo desafio sem uma receita pronta para resolver.

Sentiam-se encorajados a fazer questionamento, trabalhar em grupo era mais agradável, todos tinham mesmo objetivo e somando forças para realizar as tarefas, poder discutir com o colega do grupo estratégias para resolver traziam maior eficiência.

A competição entre os grupos também era um fator de motivação, era preciso iniciativa e criatividade para resolver problemas aliado ao conhecimento e estratégias. À medida que resolviam as atividades, ficavam confiantes, diferentemente do que acontecia antes, onde os fracassos causavam frustração e desinteresse. Sentiam que mesmo errando e não chegando a resposta se sentiam motivados para tentar novamente.

Julgaram que as aulas no laboratório permitiram estudar matemática com maior senso crítico, avaliando melhor estratégias para resolver os problemas e avaliar se a solução era compatível com o enunciado.

Sobre a semelhança encontrada entre as aulas do laboratório com a matemática, usaram o videogame como referência: para “ir bem” nas atividades precisávamos jogar, mas antes precisávamos conhecer as regras e ter uma boa dose de imaginação, não diferindo do que podemos aplicar na matemática.

5 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Neste capítulo é feita uma análise estatística dos resultados obtidos ao longo da execução do projeto. Estes resultados são representados por valores numéricos (graus ou notas) atribuídos às provas (verificação de aprendizagem) aplicadas aos alunos; as provas nos moldes da Prova Brasil de seleção e a prova final. É utilizado um teste estatístico paramétrico, denominado teste t -emparelhado. Através dele, será “medida” a eficiência das atividades de raciocínio lógico no aprendizado de matemática, no 8º ano.

Esse teste pode ser aplicado quando a “população” em estudo segue a distribuição Normal (ou de Gauss), o que é o caso neste trabalho, tendo em vista que desempenho intelectual segue Distribuição Normal, fato amplamente comprovado.

O teste t -emparelhado é aplicado quando se deseja avaliar a eficiência de um “tratamento” ou comparar dois “tratamentos”. Um “tratamento” é aplicado em n unidades experimentais e depois são comparados os resultados, com os valores anteriores à aplicação do tratamento. Outra possibilidade é considerar as n unidades experimentais como n pares, formados de forma mais homogênea possível, isto é, os elementos de cada par sendo os mais semelhantes possíveis, dentro do contexto em estudo.

O “tratamento” é aplicado em um elemento de cada par. Para avaliar a eficiência do tratamento são analisadas as diferenças dos valores em cada par, após a aplicação do tratamento. No teste t -emparelhado, estas diferenças formam uma amostra de tamanho n .

Denominando D_i como a diferença dos valores associados ao i -ésimo par, com $i \in \{1, 2, \dots, n\}$, será aceita a hipótese de que o tratamento não causou efeito algum quando a média das diferenças $\bar{D} = \frac{\sum D_i}{n}$ estiver “próxima” de zero. Caso contrário, conclui-se que o tratamento causou efeito.

O termo “próximo” é definido rigorosamente através de teste de hipóteses, no nosso caso, o teste t -emparelhado. A estatística do teste t -emparelhado é:

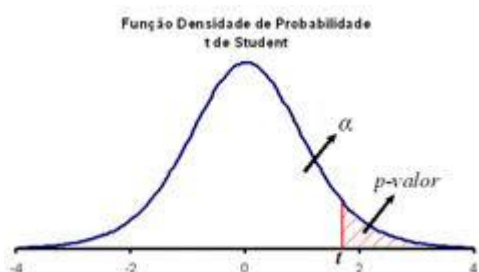
$$T_0 = \frac{\sqrt{n} \bar{D}}{S_D}, \text{ onde } \bar{D} = \frac{\sum D_i}{n} \text{ representa a média amostral e,}$$

$$S_D = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (D_i - \bar{D})^2}{n-1}} \text{ representa o desvio-padrão amostral.}$$

Sob a hipótese de que a verdadeira média, a qual denominaremos de μ_D , das diferenças é zero, a estatística T_0 tem distribuição t -Student com $(n-1)$ graus de liberdade, conforme descrito na literatura em Estatística, por exemplo, em, Estatística Aplicada e Probabilidade para Engenheiros de Douglas C. Montgomery. Quando falamos em “verdadeira média” nos referimos a média de diferenças calculadas sobre populações inteiras (de todos alunos da 8ª série do Brasil) por exemplo e não só para a amostra particular utilizada. Esta média verdadeira “é” sempre desconhecida.

Desejamos testar a hipótese de que a verdadeira média das diferenças é zero contra a alternativa de ser maior que zero, considerando que $D_i = X_i - Y_i$, onde X_i é o valor após ter recebido o tratamento e Y_i é o valor do par associado que não recebeu tratamento.

O nível de significância do teste é: $\alpha = \text{Prob}(T_0 > t_{\alpha, n-1} / \mu_D = 0)$ o qual é uma probabilidade de erro na decisão: rejeitar que a verdadeira média é zero, quando de fato ela é zero. Fixado o valor de α , com $0 < \alpha < 1$ e $t_{\alpha, n-1}$, obtido na tabela da distribuição t -Student com $n-1$ grau de liberdade.



Após calcular o valor amostral de T_0 (com base na amostra de n diferença), ele é comparado com $t_{\alpha, n-1}$.

Se $T_0 > t_{\alpha, n-1}$, conclui-se que há evidência significativa de efeito positivo do tratamento, se $T_0 \leq t_{\alpha, n-1}$, não há tal evidência, ou seja, a hipótese de que a verdadeira média é zero, é rejeitada.

5.1 CÁLCULO DO TESTE T- EMPARELHADO

Desempenho dos alunos na prova seletiva para formação do grupo 1

Tabela 14 Desempenho na prova seletiva

Número	Nota	Número	Nota	Número	Nota
1	2,0	13	4,5	25	5,0
2	5,5	14	4,0	26	2,0
3	4,0	15	5,0	27	7,0
4	5,5	16	2,0	28	6,0
5	7,0	17	3,5	29	1,5
6	2,0	18	2,5	30	3,5
7	3,0	19	5,0	31	6,0
8	4,0	20	5,0	32	3,5
9	3,0	21	4,0	33	4,5
10	5,5	22	4,0	34	5,5
11	5,0	23	3,5		
12	1,5	24	3,5		

Alunos selecionados para as atividades e seu par para comparação de desempenho

Tabela 15 Formação do par para o experimento

Selecionado	Par comparativo	Selecionado	Par comparativo
1	6	11	15
2	4	12	29
3	8	19	25
5	27	28	31
7	9	30	32

Desempenho dos alunos na prova final do grupo 1 e grupo 2.

Tabela 16 Desempenho na prova final

Número	Nota	Número	Nota
1	3,0	6	4,0
2	5,5	4	3,5
3	4,0	8	5,0
5	6,0	27	4,5
7	4,5	9	4,5
11	6,0	15	4,0
12	3,0	29	3,5
19	5,0	25	3,0
28	5,0	31	5,0
30	5,5	32	1,5

Vamos tomar como nível de significância:

$$\alpha = 0,1$$

$0,1 = \text{Prob}(T_0 > t_{\alpha, n-1} / \mu_D = 0)$, esta igualdade significa que a probabilidade de rejeitar a hipótese de que a verdadeira média é zero, quando de fato ela é zero é 0,1.

Tabela 17 Dados estatísticos

X_i	Y_i	$D_i = X_i - Y_i$	$\bar{D} = \frac{S_1}{10}$	$(D_i - \bar{D})^2$
3,0	4,0	-1,0	0,9	3,61
5,5	3,5	2,0	0,9	1,21
4,0	5,0	-1,0	0,9	3,61
6,0	4,5	1,5	0,9	0,36

4,5	4,5	0,0	0,9	1,81
6,0	4,0	2,0	0,9	1,21
3,0	3,5	-0,5	0,9	1,96
5,0	3,0	2,0	0,9	1,21
5,0	5,0	0,0	0,9	0,81
5,5	1,5	4,0	0,9	9,61
		$\sum = S_1 = 9,0$		$\sum = S_2 = 24,4$

$$S_1 = \sum_{i=1}^{10} D_i \quad \bar{D} = \frac{S_1}{10} \quad S_2 = \sum_{i=1}^{10} (D_i - \bar{D})^2$$

$$S_D = \sqrt{\frac{S_2}{9}} = 1,6465 \quad T_0 = \frac{\bar{D} \cdot \sqrt{10}}{S_D} = \frac{0,9 \cdot \sqrt{10}}{1,6465} = 1,728$$

$$\alpha = 0,1 \text{ e } t_{\alpha, n-1} = 1,383$$

$$t_{0,1;9} = 1,383$$

Como $T_0 > t_{0,1;9}$, há evidência de que o uso das atividades de lógica tenha alterado o desempenho intelectual dos alunos do 8º ano envolvido no projeto, com base na amostra considerada, com nível de significância 0,10.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Após a análise do resultado há evidência estatística de que o uso das atividades de lógica tenha alterado o desempenho intelectual dos alunos do 8º ano envolvido no projeto de maneira positiva.

Julgamos que com condições favoráveis, de infraestrutura, o laboratório de informática só possuía seis computadores para um grupo de dez alunos, o que gerava muitas das vezes participação tímida por parte de alguns alunos e maior tempo de execução do experimento, tivemos apenas seis encontros, obteríamos melhor resultado. De maneira geral, os alunos gostaram das aulas, acharam interessantes as atividades. A aula foi proveitosa e diferente, tanto para os alunos como para o professor. O interesse e a curiosidade pelos exercícios foram aumentando com o decorrer dos dias. É desejo do professor ter alunos motivados e criativos, o questionamento feito pelo professor é: “o que posso fazer para tornar minhas aulas mais atrativas e tornar meus alunos mais motivados e interessados?”

Como sugestão, acreditamos que os problemas de lógica não se restringissem à aula de matemática, mas que fossem inseridos na práxis do professor, tais quais os conteúdos previstos para o ano letivo. Sendo os exercícios de raciocínio importantes, devemos ocupar um horário dentro do planejamento, permitindo que o professor possa explorar todo o potencial dos alunos, os processos de solução e as discussões sobre possíveis caminhos que poderão surgir.

Através da apresentação de uma situação desafiadora, os alunos foram encorajados a pensar de maneira autônoma, a criar, a experimentar, a estabelecer as estratégias para chegar às soluções. Diferente da sala de aula onde se apresenta conhecimentos prontos e acabados, tornando-o apenas reprodutor de métodos e técnicas.

As intervenções do professor ocorreram somente quando o aluno não conseguia organizar suas ideias.

Cabe destacar que algumas mudanças significativas foram observadas ao longo do experimento. A turma foi tomando gosto pela atividade e pelo estudo, conseguindo cada vez fazer mais, contagiando os demais colegas de classe, os dez alunos se transformaram em vetores de propagação das atividades, gerando um ambiente de desafios, não só na turma, mas em toda escola, rara não foram as vezes que professor de outras disciplinas foram envolvidos pela turma com desafios.

Inicialmente existia a preocupação de verificar a validade da máxima, de que o estudo da lógica poderia melhorar o desempenho intelectual, mas seu efeito se mostrou bem mais abrangente.

No aspecto qualitativo, destaco que os alunos aprenderam que errar faz parte do processo da aprendizagem. E ter sucesso nas realizações das atividades exigiria paciência, organização, raciocínio lógico e disciplina. Esses atributos foram todos consolidados ao longo do experimento, além de ficar latente uma mudança de postura da turma, e não só dos dez alunos, como por exemplo: melhor relacionamento aluno-aluno e aluno-professor; maior estímulo para discussão e o uso de estratégias matemáticas; maior crença na auto capacidade de realização. Os alunos participantes das atividades demonstraram mais atenção e maior interesse pela aprendizagem.

Acreditamos que para superar o atual quadro do ensino da matemática é necessário que o ambiente escolar constitua-se num espaço que permita a introdução de novas formas de transmissão do conhecimento. Esse trabalho, juntamente com as atividades, podem servir de inspiração aos educadores que sentem o desejo de inovar, mas não sabem como.

Acreditamos que a falta de motivação é causada, muitas vezes, por frequentes fracassos que acaba marcando o aluno, gerando um sentimento de incompetência e influenciando negativamente na aprendizagem.

Aprendi que o reconhecimento do trabalho do aluno traz um retorno enorme. Citando as palavras de Paulo Freire (2000, p.47),

Às vezes, mal se imagina o que pode passar a representar na vida de um aluno um simples gesto do professor. O que pode

um gesto aparentemente insignificante valer como força formadora ou como contribuição à do educando por si mesmo.

Esse reconhecimento foi obtido não só por parte do professor-pesquisador, mas também por pais, professores e colegas encorajando-os a continuar.

Por fim, não posso deixar de registrar uma mudança muito significativa, relacionamento professor- aluno, que foi fundamental para o sucesso do experimento, a minha mudança, abandonei uma postura de distanciamento com os alunos, onde não havia espaço para nenhum tipo de envolvimento afetivo, ao mesmo tempo que passei para orientador e o meu aluno, para investigador, descobridor e criador, gerando confiança, cumplicidade e amizade. Essa aproximação permitiu conhecer melhor cada aluno, podendo dessa forma, estimular o seu potencial.

As crianças só aprendem aquilo que lhes dá prazer, assim, o desenvolvimento da criatividade depende também dos educadores, pois eles podem auxiliar a estimular o potencial do aluno.

Na escola, o professor é o principal responsável por motivar o aluno a buscar, a pesquisar e a construir conhecimentos, tornando a aprendizagem diferenciada e dinâmica. Não podemos perder de vista, que em uma sala de aula, existem pessoas com necessidades diversas e especiais.

Embora não possa afirmar que os alunos participantes do projeto tenha “aprendido mais matemática”, posso garantir que tenho alunos mais preparados, podem não ser capazes para demonstrar um teorema, mas certamente estão mais bem preparados para compreender a sua demonstração.

REFERÊNCIAS

ABAR, C. A. A. P. **Noções de lógica matemática**. Disponível em www.pucsp.br/~logica (roteiro teórico) e www.pucsp.br/~abarcaap (exercícios). Acesso: 15 de fevereiro de 2012.

ALENCAR FILHO, E. **Iniciação à lógica matemática**. Nobel, 1984.

ABRANTES, P. **Avaliação em Matemática: Um problema a enfrentar**. Actas do ProfMat 88 (pp. 27-42). Lisboa: APM, 1988.

ALMEIDA, Ana Maria Baptista e ALMEIDA, Leandro S. Aprendizagem da matemática: Proposta de avaliação de dificuldades específicas na adição e subtração no 1.º Ciclo do Ensino Básico. **Análise Psicológica**, 1998, 2 (XVI): 301-319.

ARCO-VERDE, Y. F. S. de. **O desafio da especificidade e da qualidade do ensino noturno** in *Jornal Educação*, n.º 47, ano IV, Curitiba: Secretaria Estadual da Educação, 2006.

ARISTÓTELES. Ética a Nicômaco. Brasília: Editora Universidade de Brasília. 1985.

BACHELARD. G. **A formação do espírito científico**. São Paulo: Contraponto, 1996.

BARBOSA, M. E. F.; FERNANDES, C. A escola brasileira faz diferença? Uma investigação dos efeitos da escola na proficiência em matemática dos alunos da 4ª série. In: FRANCO, C. (Org.) **Avaliação, ciclos e promoção na educação**. Porto Alegre: Artmed, 2001.

BASSO, A. & HEIN, N. **Vencendo a Inércia na Escola**. 2. ed. Pato Branco - PR: Imprepel, 2008.

BASTOS, J. A. **Discalculia: transtorno específico da habilidade em matemática** In: ROTTA, N. T., OHLWEILER, L. e RIESGO, R. S. **Transtornos da Aprendizagem: Abordagem neurobiológica e multidisciplinar**. Porto Alegre: Artmed, 2006. p. 195-206.

BORBA, M. C.; SKOVSMOSE, Ole. **A ideologia da certeza em educação matemática**. In: SKOVSMOSE, O. **Educação matemática crítica: a questão da democracia**. Campinas: Papyrus, 2001. cap. 5. p.127-148.

BORBA, Marcelo de C. **Educação Matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, 2004. p. 213-231.

CASTRUCCI , B. **Introdução à lógica matemática**. GEEM -1982

COPI, Irving M. **Introdução a Lógica**. São Paulo> Mestre Jou, 1978.

CUNHA, Margarida da Mota. **Escuta Sensível e Etnomatemática: Caminhos Para a Compreensão Matemática no Ensino Fundamental**. 40 f. Monografia Universidade do Estado da Bahia, 2003.

CURY, Helena Noronha. **Aprendizagem em cálculo. Uma experiência com a avaliação formativa**. XXVIII CNMAC. 2005. Disponível em http://www.sbmac.org.br/eventos/cnmac/cd_xxviii_cnmac/resumos%20estendidos/helena_cury_SE1.pdf. Acesso em 16 mar. 2012.

D'AMBRÓSIO, Beatriz S. **Formação de professores de Matemática para o século XXI: o grande desafio**. Pro-Posições. v. 4 n. 1 [10] março de 1993.

D'AMBROSIO, Ubiratam. **Educação Matemática: da teoria à prática**. Campinas, Papyrus, 2001.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **A era da consciência**. São Paulo: Editora Fundação

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Etnomatemática: a arte ou a técnica de aplicar e conhecer**. 4.ed. São Paulo: Ática, 1998.

DANTE, L. R. Avaliação em Matemática. In: **Matemática : Contexto e Aplicações** (Manual do Professor). São Paulo: Ática, 1999.

DANTE, L. Roberto. **Didática da resolução de problemas de matemática**. São Paulo: Ática, 1989.

DEPRESBITERIS, Lea. Avaliação da aprendizagem do ponto de vista técnico-científico e literário-político. In: **A construção do projeto de ensino e a avaliação**. Rio de Janeiro: FDE, 1990.

DESORDI, Mara Regina Lemes. **Avaliação institucional: o papel do gestor frente às interfaces da avaliação interna e externa**. 2006. Disponível em: www.abmes.org.br/abmes. Acesso em 12 jan. 2012.

DIAS SOBRINHO, J. **A avaliação da educação superior**. Petrópolis: Vozes, 2000.

DRUCK, Suely. **O drama do ensino da Matemática**. Disponível em: <www1.folha.uol.com.br/folha/sinapse/ult1063u343.shtm>. Acesso em 06 jun 2012.

DURHAM, Eunice. Gestão, Financiamento e Avaliação de Qualidade nas Instituições Universitárias. A Avaliação do Ensino Superior. **Revista Estudos nº 18**. 2006.

FERNÁNDEZ, A. **O saber em jogo**. Porto Alegre: Artes Médicas, 2001.

FIORENTINI, Dario. **Formação de professores de matemática: explorando novos caminhos com outros olhares.** Campinas: Mercado de Letras, 2003.

FLORIANI, José Valdir. **Professor e pesquisador: exemplificação apoiada na matemática.** 2 ed. Blumenau: EdiFurb, 2000.

FONSECA, Maria C. F. R. **Por que ensinar Matemática.** Presença Pedagógica, Belo Horizonte, v.1, n. 6, mar/abril, 1995.

FOSSA, Jonh A. **Ensaio sobre a Educação Matemática.** Belém: EDUEPA, 2001.

FREIRE, Madalena. **Paixão de Aprender.** et al. A paixão de aprender. Ester Pilar Grossi (org.). 3.ed. Rio de Janeiro: Vozes, 1993.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa.** 15 ed. São Paulo: Paz e Terra, 2000.

FRIGOTTO, Gaudêncio. **Educação e a crise do capital real.** São Paulo: Cortez, 1996.

GANDIN, D. **A prática do planejamento participativo: na educação e em outras instituições, grupos e movimentos dos campos cultural, social, político, religioso e governamental.** Petrópolis: Vozes, 1995.

GARCÍA, J.N. **Manual de Dificuldades de Aprendizagem. Linguagem, leitura, escrita e matemática.** Porto Alegre: Artes Médicas, 1998.

LEAL, L. & ABRANTES, P. **Avaliação da aprendizagem/avaliação na aprendizagem.** Inovação, 3(4), 65-75, 1990.

LUCKESI, Cipriano Carlos. **Avaliação da aprendizagem escolar: estudos e proposições.** São Paulo: Cortez, 1986.

LUDKE, Menga. Complexa relação entre o professor e a pesquisa. In: ANDRÉ, M. (org.) LÜDKE, M. A **O Papel da pesquisa na formação e na prática dos professores.** Campinas: Papirus, 2001.

MADEIRA, Margot Campos(Org.). **Representações sociais e educação: algumas reflexões.** Natal: EDUFRN, 1998.

MARTINS, Heloisa Helena T. de Souza. **Metodologia qualitativa de pesquisa.** Educação e Pesquisa, São Paulo, v.30, n.2, p. 289-300, maio/ago. 2004.

MENDELSON, E. **Booleana e circuitos de chaveamento** McGraw Hill, 1977.

MCLAREN, Peter L. **A vida nas escolas:** uma introdução à pedagogia crítica nos fundamentos da educação. Porto Alegre: Artmed, 2002.

MICOTTI, Maria Cecília de Oliveira. **O ensino e as propostas pedagógicas.** In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. **Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectivas.** São Paulo: Editora UNESP, 1999.

MIORIM, M. A. **Introdução à História da Educação Matemática.** São Paulo: Atual, 1998.

MOLL, Jaqueline. Reinventar a escola dialogando com a comunidade e com a cidade. Novos itinerários educativos. **Pátio.** Ano VI, no. 24, nov./2002 – jan./2003.

MONDONI, Maria Helena de Assis e LOPES, Celi Espasandin. **O processo de avaliação no ensino e na aprendizagem de matemática.** São Paulo, 2009.

MORAES, Silvia Pereira Gonzaga. **Avaliação do processo de ensino e aprendizagem em Matemática: contribuições da teoria histórico-cultural.** Tese. São Paulo: Universidade de São Paulo, 2008.

MORAIS, Antonio Manuel Pamplona. **Distúrbios da aprendizagem: uma abordagem psicopedagógica.** São Paulo: EDCON, 1997.

MOREIRA, A. F. B. (Org.). **Currículo: questões atuais.** Campinas: Papirus, 1997.

MORETTO, Vasco Pedro. **Prova um momento privilegiado de estudo não um acerto de contas.** 6 ed. DP&A editora, 2002.

MOSCOVICI, Serge. Representações sociais. São Paulo: Vozes, 2003.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. **Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas.** In: BICUDO, Maria A. V. Pesquisa em Educação Matemática: concepções & perspectivas. São Paulo: UNESP, 1999.

ORTIGÃO, M. I. R. **Currículo de matemática e desigualdades educacionais.** 2005. 194 f. Tese (Doutorado) - Departamento de Educação, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Disponível em: http://ged1.capes.gov.br/CapesProcessos/919171-ARQ/919171_1.PDF Acesso em: 31 jan. 2012.

PAIVA, Ana Maria Severiano de, SÁ, Ilydio Pereira de e NOVAES, José Antonio. **O uso de portfólio na avaliação da aprendizagem em matemática.** 2005. Disponível em <http://www.sbemrj.com.br/spemrj6/artigos/a5.pdf>. Acesso em 12 jan. 2012.

PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS: Matemática. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997.

PASSOS, Carmen Lúcia Brancaglioni. **As representações matemáticas dos alunos do curso de Magistério e suas possíveis transformações: uma dimensão axiológica.** Dissertação de Mestrado, universidade Estadual de Campinas, 1995.

PAULOS, John A. **Analfabetismo em matemática e suas conseqüências.** Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1994.

PERRENOUD, Philippe. **Como avaliar competências.** Revista Nova Escola, 2000.

PONTE, João Pedro. **A investigação sobre o professor de Matemática: Problemas e perspectivas.** Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/curso_rio_claro.htm>. Acesso em: 2006.

PORTILHO, E. **Dificuldades de aprendizagem em Matemática: Um enfoque meta-cognitivo.** In: Psicopedagogia. Revista da Associação Brasileira de Psicopedagogia: 2001 N.º 56 (19)

SACRISTÁN, J. Gimeno, GÓMEZ, A. L. Pérez. **Compreender e transformar o ensino.** Porto Alegre: Artmed, 2000.

SILVA, Neide de Melo Aguiar. **Matemática e educação matemática: re (construção) de sentidos com base na representação social de acadêmicos.** Disponível em: <http://www.google.com.br/url?sa=t&source=web&c&veCDYQFjAF&url=http%3A%2F%2Fwww.ufrj.br%2Femanped%2F>. Acesso em 01 de junho de 2012.

SOARES, Magda B. **Avaliação educacional e clientela escolar.** São Paulo: T.A Queiroz, 1991.

SOUZA, Antonio Carlos Carrera de. *Sensos matemáticos: uma abordagem externalista da matemática*. F.E. UNICAMP/DEME. Campinas: 1992.

SZTAJN, P. Conteúdos, atitudes e ideologia: a formação do professor de matemática. In: CANDAU, V. (Org.) **Magistério: construção cotidiana**. Petrópolis: Vozes, 1997. p.184-204.

TUFANO, Wagner. **Contextualização**. In: FAZENDA, Ivani C. *Dicionário em Construção: Interdisciplinaridade*. São Paulo: Cortez, 2001.

NACHBIN, L. IN 7 RODRIGUES, V., *Resolução de problemas como estratégia para incentivar e desenvolver a criatividade dos alunos na prática educativa matemática*, Dissertação Mestrado - UNESP, Rio Claro, 1992, p.25.

ANEXOS**ANEXO A: PROVAS APLICADAS**

Prova1 Aplicada para seleção dos alunos participantes das aulas no laboratório de informática, formação do grupo 1 e grupo 2.

Marque no cartão de respostas a única alternativa que responde de maneira correta ao pedido de cada item:

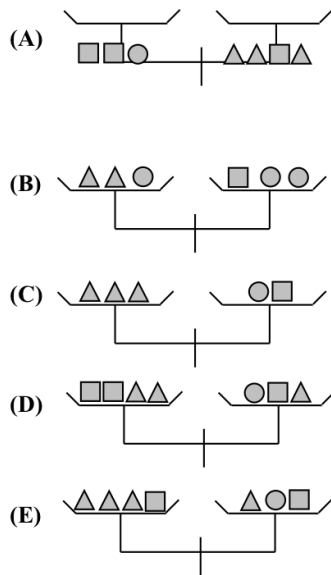


1. Qual a sentença matemática verdadeira?
 - (A) $3 + 4 \times 2 = 14$
 - (B) $5 \times 5 + (6 - 6) \times 10 = 250$
 - (C) $2 \times (5 - 3) \times 2 = 14$
 - (D) $\{ 7 \times 3 + [1 + 8 \times (5 - 2) - 2] \} = 44$
 - (E) $3 + 4 + 2 \times (6 - 4) = 18$
2. A soma dos fatores primos obtidos na fatoração completa do número 360 é igual a:
 - (A) 10
 - (B) 19
 - (C) 17
 - (D) 15
 - (E) 22
3. Imagine um corredor onde estão colocados 10 armários, numerados na sequência de 1 a 10 e, inicialmente, todos fechados. Uma primeira pessoa passa e abre a porta dos armários numerados com múltiplos de 2. Uma segunda pessoa passa e modifica a posição das portas dos armários numerados com múltiplos de 3, isto é, abre os que estão fechados e fecha os que estão abertos. A terceira pessoa faz o mesmo com os armários numerados com múltiplos de 4 e a quarta pessoa o mesmo com os armários numerados com múltiplos de 5. Depois que a quarta pessoa passou, quantos armários numerados com número primo ficaram fechados?
 - (A) 2
 - (B) 1
 - (C) 0
 - (D) 4
 - (E) 3

4. Em uma balança de dois pratos, quando a massa dos corpos que se encontram em um dos pratos é igual à massa dos corpos que estão no outro prato, estes ficam em equilíbrio, isto é, na mesma horizontal, conforme as duas figuras abaixo:



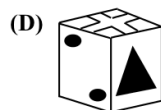
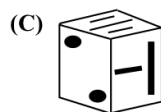
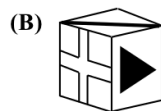
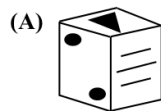
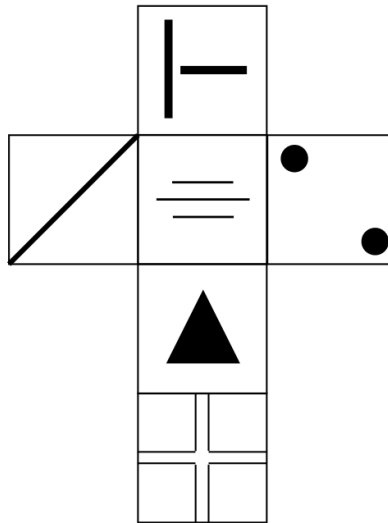
Qual das alternativas abaixo apresenta uma figura correta, isto é, uma balança em equilíbrio, com massas iguais nos dois pratos:



5. No aniversário de João Pedro, suas amigas Gabriela, Juliana e Fabíola resolveram que passariam o dia enviando para ele torpedos pelo celular. Combinaram que Gabriela mandaria um torpedo a cada 30 minutos, Juliana a cada 45 minutos e Fabíola a cada 2 horas. Todas mandaram o primeiro torpedo, juntas, às 10 horas e 20 minutos. A que horas elas novamente enviarão, juntas um torpedo?

- (A) 11 horas e 50 minutos
 (B) 12 horas e 20 minutos
 (C) 22 horas e 20 minutos
 (D) 16 horas e 20 minutos
 (E) 14 horas e 20 minutos

6. Qual das alternativas apresenta um cubo possível de ser obtido a partir da planificação apresentada abaixo:

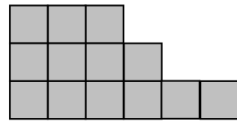


7. Frog é um sapo que come 20 moscas por dia. Nos dias em que se disfarça, ele consegue comer o triplo de moscas. Quando usa chapéu ele consegue comer o quádruplo do que consegue comer disfarçado. Frog se disfarça duas vezes durante semana e aos sábados usa chapéu. Aos domingos ele jejua. Quantas moscas Frog come por semana?

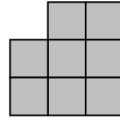
Obs.: jejuar é ficar sem comer.

- (A) 120
 (B) 660
 (C) 420
 (D) 500
 (E) 260

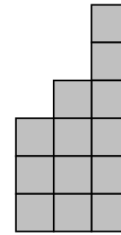
8. Álvaro, Bernardo, Caio, Douglas e Elvis são amigos e gostam de resolver desafios. Há pouco tempo, ao passar diante de uma loja de material de construção, observaram uma pilha de caixas, todas cúbicas e de mesmas dimensões, com as seguintes características:



VISTA LATERAL



VISTA FRONTAL



VISTA SUPERIOR

Resolveram então apostar quem acertaria a quantidade de caixas que havia na pilha sem contá-las.

Caio foi o primeiro a dizer:

- Há, no mínimo, 25 caixas.

Elvis disse:

- Não, mas o máximo possível é 28.

Bernardo então afirmou:

- É possível que tenha 28, mas não é o máximo.

Álvaro disse:

- Já contei 31, mas ainda não contei todas.

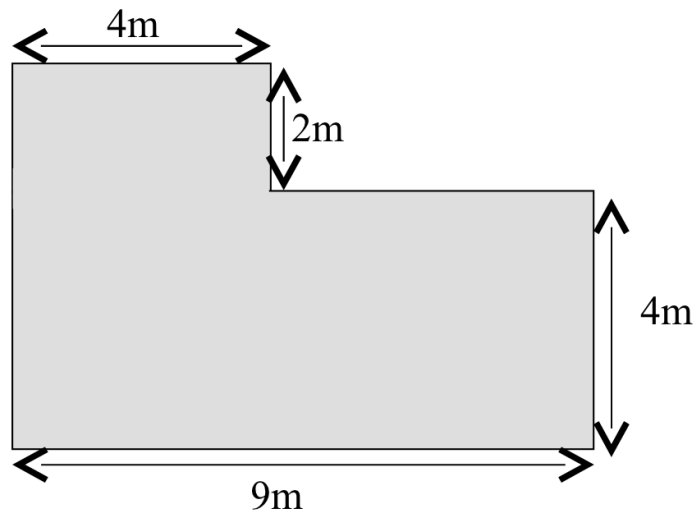
Douglas então disse:

- Tenho certeza que todos vocês estão errados.

Quem disse a frase correta?

- (A) Bernardo
 (B) Álvaro
 (C) Caio
 (D) Elvis
 (E) Douglas
9. No final de semana, a mãe de Thainá aproveitou para levá-la ao *shopping* para encontrar com as amigas. Ao se despedir, Thainá pediu para a mãe que lhe desse algum dinheiro, pois estava sem qualquer centavo na bolsa.
 Com as amigas ela foi ao cinema. Pagou sua entrada com uma nota de R\$20,00 e recebeu R \$11,50 de troco.
 Depois de assistir ao filme foram comer um sanduíche e tomar um refrigerante, e cada uma gastou R\$13,00.
 Para encerrar o dia, ela retornou para casa de ônibus e pagou R\$2,20 pela passagem.
 Ao chegar em casa, devolveu R\$13,80 para a mãe, agradecendo e dizendo que era o troco que sobrara do passeio.
 Quanto a mãe de Thainá deu a ela para o passeio no *shopping*?
- (A) R\$ 35,00
 (B) R\$ 37,50
 (C) R\$ 40,50
 (D) R\$ 60,50
 (E) R\$ 49,00

10. O Sr. L. A. Jota pretende trocar o piso da sala de sua casa de praia, que tem as seguintes dimensões:

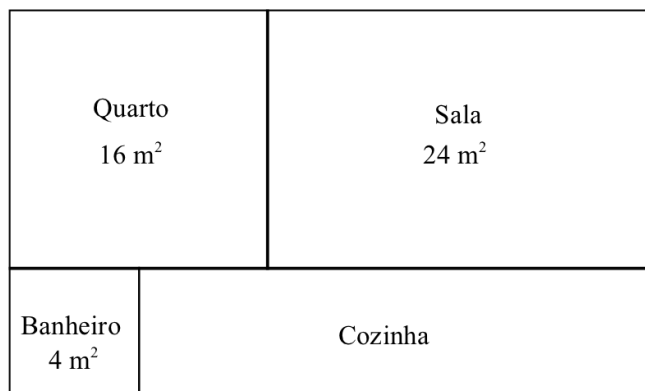


Ele pretende cobrir toda a área da sala com placas quadradas de 20 cm de lado, que são vendidas ao preço de R\$ 16,00 por metro quadrado. Quanto o Sr. L. A. Jota deverá gastar para comprar esse piso sem que haja sobra no final?

- (A) R\$ 576,00
(B) R\$ 448,00
(C) R\$ 384,00
(D) R\$ 704,00
(E) R\$ 1 248,00
11. O Sr. A. Roxo recebe um salário de R\$ 2 500,00. Para pagar o plano de saúde familiar ele gasta 20% do salário e com aluguel e mercado ele gasta a metade do que sobra. Quanto o Sr. A. Roxo gasta com aluguel e mercado?
- (A) R\$ 250,00
(B) R\$ 500,00
(C) R\$ 1 000,00
(D) R\$ 1 750,00
(E) R\$ 2 000,00
12. Tiago ganhou um aquário em forma de paralelepípedo, com 40 cm de comprimento, 20 cm de largura e 30 cm de altura e pretende completar com água até $\frac{3}{4}$ da sua capacidade. Para isso conseguiu um copo com capacidade para 0,2 L. Quantos copos cheios Tiago deverá usar para colocar a água que pretende no aquário?
- (A) 36
(B) 900
(C) 48
(D) 120
(E) 90

13. Um aluno do 2º ano do ensino médio do CMS estuda na sala 203. Ele desafiou um aluno do 6º ano a resolver o seguinte problema: “O número 203 foi dividido em três partes, tal que a segunda é o dobro da primeira e metade da terceira”. Determine o produto dos algarismos do número equivalente à 2ª parte.
- (A) 6
 - (B) 11
 - (C) 40
 - (D) 42
 - (E) 60
14. Uma piscina vai ser totalmente azulejada. Suas medidas são 1,7 m de profundidade, 15 m de comprimento e 12 m de largura. Qual a área a ser azulejada?
- (A) 225,9 m²
 - (B) 271,8 m²
 - (C) 300,0 m²
 - (D) 306,0 m²
 - (E) 451,8 m²
15. O escritor MARCELO SILVA é muito supersticioso. Nunca utiliza números que possuam algarismos ímpares para numerar as páginas. Em um de seus livros, que possui 250 páginas, o número da última página é:
- (A) 250
 - (B) 492
 - (C) 2 800
 - (D) 3 000
 - (E) 4 000
16. Multiplicamos um número por 5 e somamos 5 ao resultado, obtendo 555. Se tivéssemos dividido aquele número por 5 e subtraído 5 do resultado, teríamos encontrado:
- (A) 17
 - (B) 15
 - (C) 5
 - (D) 27
 - (E) 22
17. O preço de uma passagem era de R\$ 1,00 em janeiro de 2005 e começou a triplicar a cada 6 meses. Em quanto tempo esse preço passou a ser de R\$ 81,00?
- (A) 3 anos
 - (B) 2 anos
 - (C) 4 anos
 - (D) 1 ano e meio
 - (E) 4 anos e meio

18. Ênio possui duas cestas de frutas vazias “A” e “B”. “A” pesa 345g e “B” 437g. Ele quer distribuir 2 kg de frutas entre as duas cestas, de modo que elas, com seus conteúdos, fiquem com o mesmo peso. Qual a massa de frutas que Ênio deve colocar nas cestas “A” e “B” respectivamente?
- (A) 1 345g e 1 437g
 (B) 1 391g e 609g
 (C) 1 146g e 854g
 (D) 1 000g e 1 000g
 (E) 1 046g e 954g
19. Clara vai ao mercado comprar latas de creme para fazer os doces do seu aniversário. Chegando lá encontra uma lata de creme pelo preço de R\$2,20 e uma caixa com seis dessas latas por R\$12,00. Clara necessita comprar 28 dessas latas de creme. Quanto, no mínimo, ela gastará?
- (A) R\$ 55,60
 (B) R\$ 56,80
 (C) R\$ 61,60
 (D) R\$ 60,00
 (E) R\$ 58,00
20. Abaixo temos a planta dos cômodos de uma casa em que o quarto e o banheiro são quadrados. A área da cozinha desta casa é:



- (A) 16 m²
 (B) 24 m²
 (C) 32 m²
 (D) 36 m²
 (E) 48 m²



Figura 23 Prova1

Prova 2 Para análise

Marque no cartão de respostas a única alternativa que responde de maneira correta ao pedido de cada item:



- 01.** Ernesto achou dois pedaços de papel com algumas contas com Algarismos Apagados, conforme mostra a figura abaixo.

$$\begin{array}{r} 127 \\ + 35 \\ \hline * 62 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 20848 \\ \times 335 \\ \hline 1*4240 \\ 6254* \\ 62544 \\ \hline 698408* \end{array}$$

A soma dos valores apagados é

- (A) 5
 (B) 6
 (C) 7
 (D) 8
 (E) 9
- 02.** Vânia e Luiz resolveram fazer um festival de suco de laranja. Vânia comprou 2,53 centos de laranja e Luiz comprou $9\frac{5}{3}$ dúzias de laranja. O total de laranjas compradas foi:
- (A) 128
 (B) 253
 (C) 282
 (D) 340
 (E) 381

03. Partindo de um ponto inicial (ponto X), Luiz caminha seguindo a seguinte orientação até atingir o ponto final (ponto F):

- 3 metros para Leste;
- 5 metros para o Sul;
- 4 metros para o Oeste;
- 8 metros para o Norte;
- 9 metros para Oeste;
- 3 metros para o Sul.



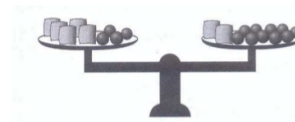
Se Luiz fizesse um caminho diferente desse, a menor distância que percorreria é

- (A) 2 metros
- (B) 3 metros
- (C) 4 metros
- (D) 5 metros
- (E) 6 metros



04. A balança da figura está em equilíbrio com bolas e saquinhos de areia em cada um de seus pratos. As bolas são todas iguais e os saquinhos também. Se cada bola pesa 30 gramas, então o peso total que está sobre cada um dos pratos é

- (A) 350g
- (B) 420g
- (C) 450g
- (D) 500g
- (E) 520g



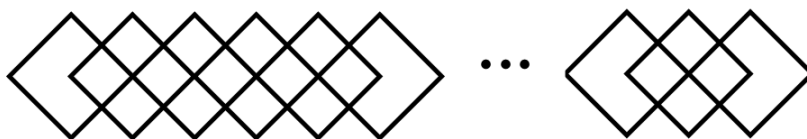
05. Marcos Garcia Bastos formou a sua senha de acesso ao computador do seu trabalho com as iniciais do seu nome, seguida de seis numerais. Sabe-se que os três primeiros numerais da senha são 1, 4, e 3. O número formado pelos seis numerais é divisível por 12 e é o menor número possível. Para ter acesso ao seu computador no trabalho Marcos deverá digitar:

- (A) MGB143052
- (B) MGB143016
- (C) MGB143008
- (D) MGB143004
- (E) MGB143310

06. O produto entre o menor número primo e o maior número de 3 algarismos múltiplo de 17 é:
- (A) 986
 - (B) 1972
 - (C) 1985
 - (D) 2000
 - (E) 2010
07. Se X , Y , e Z são números naturais maiores que zero, tais que $2X = 3Y = 5Z$, então o menor valor possível de $X + Y + Z$ é:
- (A) 10
 - (B) 20
 - (C) 26
 - (D) 31
 - (E) 40
08. Lucas tem 33 bolas de gude e 25 dados. Ele resolveu presentear alguns amigos, cada um com uma caixa contendo gudes e dados. Antes de fazer a distribuição, porém, ele retirou para si 5 bolas de gude e 4 dados. A maior quantidade de amigos que ele poderá presentear de tal modo que todos eles recebam a mesma quantidade de gudes e de dados e que não haja sobras, será de:
- (A) 3
 - (B) 4
 - (C) 7
 - (D) 21
 - (E) 28
09. Dentre as frações $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}, \frac{1}{10}, \frac{1}{12}$, quatro foram escolhidas e somadas. O resultado desta soma foi 1. Podemos dizer que NÃO foi escolhida
- (A) $\frac{1}{2}$
 - (B) $\frac{1}{4}$
 - (C) $\frac{1}{6}$
 - (D) $\frac{1}{8}$
 - (E) $\frac{1}{12}$

10. Os números A e B que tornam as frações $\frac{2}{A}$ e $\frac{B}{52}$ equivalentes são:
- (A) A=24 e B=7
 - (B) A=26 e B=4
 - (C) A=27 e B=9
 - (D) A=26 e B=2
 - (E) A=27 e B=14
11. Vinte pacotes de papel são empilhados um sobre os outros. Cada pacote tem 500 folhas e cada folha tem 0,15mm de espessura. O papel utilizado para a embalagem de cada pacote tem 0,5mm de espessura. Desta forma, a medida da altura da pilha desses vinte pacotes é
- (A) 1m
 - (B) 1,15m
 - (C) 1,51m
 - (D) 1,52m
 - (E) 2,35m
12. Raul recebeu um prêmio de R\$1785,00 em um concurso de redação da prefeitura de sua cidade. Ele resolveu doar 15% para um orfanato e pediu a sua mãe que colocasse o restante em uma caderneta de poupança. O valor depositado na caderneta de poupança de Raul foi:
- (A) R\$267,75
 - (B) R\$1.487,50
 - (C) R\$1.517,25
 - (D) R\$1.528,15
 - (E) R\$1.672,50
13. Maria pediu uma pizza que veio dividida em 16 pedaços iguais. Sabendo que Maria comeu apenas um pedaço dessa pizza, ela comeu o equivalente a:
- (A) 0,0125 da pizza
 - (B) 0,0615 da pizza
 - (C) 0,0625 da pizza
 - (D) 0,125 da pizza
 - (E) 0,625 da pizza

14. Gil foi de bicicleta para a escola. Inicialmente, pedalou um terço do percurso e parou quando encontrou sua amiga Cíntia que a convidou para sua festa de aniversário. Seguiu e pedalou mais um quarto do restante do percurso e parou novamente; comprou um lápis e quando ia começar a pedalar de novo, observou uma placa informando que ela estava à distância de 900m da sua escola. Qual a distância que Gil percorreu de bicicleta desde o local em que foi convidada para a festa até o local em que comprou o lápis?
- (A) 300
(B) 600
(C) 900
(D) 1200
(E) 1800
15. Teresa comprou 154 dam de fita do Senhor do Bomfim e deseja reparti-la em pedaços de 250mm, logo ela obterá:
- (A) 616 pedaços
(B) 6160 pedaços
(C) 6600 pedaços
(D) 60160 pedaços
(E) 60610 pedaços
16. Vários quadrados com lado medindo 3 cm são dispostos colocando-se o vértice de um sobre o centro do anterior, conforme a figura abaixo.



Dispondo de 13 desses quadrados, formaremos uma figura com área, em cm^2 , igual a

- (A) 39
(B) 40
(C) 50
(D) 90
(E) 117
17. Na cantina da Tia Nalva o quilo da comida é R\$ 16,80. Se Marcus César comeu trezentos gramas de comida e tomou um suco de R\$ 1,50 ele deverá pagar o total de:
- (A) R\$ 5,54
(B) R\$ 5,75
(C) R\$ 6,04
(D) R\$ 6,44
(E) R\$ 6,54

18. Uma mistura possui $25.819.000 \text{ cm}^3$ de água e $3815,75 \text{ m}^3$ de álcool. A quantidade de litros dessa mistura é:
- (A) 29634,75
 - (B) 38415,69
 - (C) 296347,5
 - (D) 2963475
 - (E) 3841569
19. Marcos foi a uma “*Lan House*” e contratou 2 horas de acesso à internet. Iniciou às 13h40min e terminou às 15h06min. O tempo que sobrou como crédito para Marcos utilizar da próxima vez em que retornar à “*Lan House*” foi de:
- (A) 14 min
 - (B) 34 min
 - (C) 56 min
 - (D) 1h 14min
 - (E) 1h 26min
20. Ao comemorar seu aniversário no ano de 2010, Íris notou que sua idade coincidia com os dois últimos dígitos do ano de seu nascimento. Sabendo que ela nasceu no século XX (século XX vai de 1901 até 2000), a idade dela em 1993 era de:
- (A) 38
 - (B) 42
 - (C) 48
 - (D) 52
 - (E) 55



Figura 24 Prova2

ANEXO B: REVISTA DO COLÉGIO SANTO INÁCIO

ensino fundamental

JARDIM III a 4ª SÉRIE

Pais de JIII, CA e 1F no CSI



Em 08/04, das 9h às 11h, as famílias de JIII participarão do Dia da Família no Ginásio de Esportes do CSI, com seus filhos e as professoras das séries. A atividade tem como objetivo promover a integração entre crianças, famílias e educadores. Todos devem vir com roupas confortáveis para práticas recreativas. As crianças e os pais devem usar camiseta da cor sorteada para cada turma. Em março, nos dias 18 e 25, pais de alunos de CA e 1F, respectivamente, também participaram da atividade.

Reunião de pais

Os pais de JIII e CA participarão de reuniões com os professores, em abril. Durante os encontros, em sala de aula, será apresentado o Projeto de Alfabetização de CA e o Projeto de JIII. Os pais poderão experimentar algumas atividades feitas por seus filhos, compreendendo melhor seu dia-a-dia na escola. Seguirá circular com mais detalhes. Confira o dia de cada turma:

17/04 - JIII 1 e 2	CA 5 e 8
18/04 - JIII 4 e 6	CA 4 e 7
19/04 - JIII 7 e 8	CA 1 e 3
20/04 - JIII 3 e 5	CA 2 e 6

Alunos de 2F e 3F participam de Roda do Livro

Durante todo o ano, alunos de 2F e 3F têm a oportunidade de ler e expressar suas opiniões sobre diferentes livros na atividade temática Roda do Livro. Em março, as turmas de 2F leram sobre Família e compararam os hábitos de antigamente com os de hoje, como alimentação, vestuário e moradia. A atividade será encerrada com trabalhos de dobradura na Biblioteca, em abril. Neste mês, os alunos de 3F iniciarão a leitura de contos africanos e contos populares da Região Sudeste. Debates acontecerão após a leitura.

Enigmas para alunos de 4F

Os alunos de 4F estão lendo o livro "Aladim e Outros Contos de As Mil e Uma Noites", de Rosalind Kerven, e fazendo trabalhos interdisciplinares sobre o tema. As atividades, realizadas nas aulas de Matemática, Ensino Religioso e Português, incluem desafios para decifrar enigmas, charadas e questões matemáticas. Os alunos ainda levam para casa semanalmente um enigma de Sherazade para ser solucionado pela família.

ABRIL

no Colégio Santo Inácio

Figura 25 Revista do Colégio Santo Inácio

ANEXO C: PLANO DE AULA DO COLÉGIO SÃO BENTO



Plano Anual 2011

1º segmento EF

Matéria: Matemática

Ensino Fundamental I

Ano: 5º

Objetivos gerais:

- Adotar uma atitude positiva em relação à Matemática, ou seja, desenvolver sua capacidade de “fazer matemática” construindo conceitos e procedimentos, formulando e resolvendo problemas por si mesmo e, assim, aumentar sua auto-estima e perseverança na busca de soluções para um problema;
- Perceber que os conceitos e procedimentos matemáticos são úteis para compreender o mundo e, compreendendo-o, poder atuar melhor nele;
- **Pensar logicamente, relacionando idéias, descobrindo regularidades e padrões, estimulando sua curiosidade, seu espírito de investigação e sua criatividade na solução de problemas;**
- Observar sistematicamente a presença da Matemática no dia-a-dia (quantidades, números, figuras geométricas, simetrias, grandezas e medidas, tabelas e gráficos, “previsões”, etc.);
- **Formular e resolver situações-problema. Para isso, o aluno deverá ser capaz de elaborar planos e estratégias para a solução, desenvolvendo várias formas e raciocínio (estimativa, analogia, indução, busca de padrão ou regularidade, pequenas inferências lógicas, etc.), executando esses planos e estratégias com procedimentos adequados;**

- **Integrar os vários eixos temáticos da Matemática (números e operações, Geometria, grandezas e medidas, raciocínio combinatório, estatística e probabilidade) entre si e com outras áreas do conhecimento;**
- Comunicar-se de modo matemático, argumentando, escrevendo e representando de várias maneiras (com números, tabelas, gráficos, diagramas, etc.) as idéias matemáticas;
- Interagir com os colegas cooperativamente, em dupla ou em equipe, auxiliando-os e aprendendo com eles, apresentando suas idéias e respeitando as deles, formando, assim, um ambiente propício à aprendizagem.

Objetivos específicos:

- Construir o significado de número natural a partir de contagens, medidas, códigos, etc. explorados em diversos contextos e situações-problema e dele se apropriar;
- Interpretar e produzir escritas numéricas, inicialmente observando regularidades na seqüência dos números naturais e, em seguida, compreendendo as regras do sistema de numeração decimal;
- Resolver situações-problema e, a partir delas, construir os significados das quatro operações fundamentais (adição, multiplicação, subtração e divisão) e deles se apropriar;
- Desenvolver, com compreensão, procedimentos de cálculos (mental, aproximado – por estimativa e por arredondamentos – por algoritmos diversos, por analogias, etc.);
- Identificar figuras geométricas, seus elementos, suas características principais e suas semelhanças e diferenças, falando, construindo e desenhando;
- Compor e decompor figuras geométricas, fazer ampliações e reduções e nelas perceber simetrias;
- Reconhecer grandezas e suas medidas (comprimento, massa, tempo, temperatura e capacidade), inicialmente em situações em que se exploram unidades não padronizadas e, depois, padronizadas;

- Utilizar unidades e instrumentos de medida adequados a cada situação, após estimativas prévias e comparação da estimativa com o resultado propriamente dito;
- Utilizar tabelas e gráficos para coleta de informações, organizá-las, analisá-las e interpretá-las;
- Fazer “previsões” da chance de ocorrer determinado acontecimento, em situações experimentais simples;
- Formular e resolver problemas levando em conta suas etapas de resolução: compreensão do problema, elaboração de planos e estratégias para sua solução, execução dos planos, verificação da validade das estratégias e dos resultados e, finalmente, emissão da resposta;
- Construir e apropriar-se dos significados do número racional e de suas representações (fracionária e decimal) a partir de situações-problema contextualizadas;
- Resolver situações-problema e, a partir delas, construir e apropriar-se dos significados das operações com números racionais nas formas fracionária e decimal;
- Identificar características do raciocínio combinatório em situações-problema contextualizadas;
- Relacionar os conceitos matemáticos estudados em cada eixo temático (números e operações, Geometria, grandezas e medidas, raciocínio combinatório, estatística e probabilidade) e investigar sua presença em outras áreas do conhecimento;
- **Desenvolver atitude positiva em relação à Matemática, valorizando sua utilidade, sua lógica e sua beleza em cada conceito estudado;**

Conteúdos:

- **O Jogo Lógico**
- **Esquemas de árvore**
- **Conectivos e / ou**
- **Negação de uma proposição**
- O conjunto \mathbb{N}
- Operações em \mathbb{N}
- Propriedades das operações
- Variações dos termos das operações
- Potenciação
- Expressões com ou sem parênteses, colchetes e chaves com as 4 operações e a potenciação
- Divisão por 2 e 3 algarismos
- Problemas envolvendo a quantidade de números e de algarismos de uma sequência numérica
- Sistema de Numeração Decimal (valor absoluto / valor relativo / ordens / classes / leitura e escrita de um número)
- Base de um sistema de numeração

Procedimentos e recursos:

- **Jogo Lógico**
 - Trabalhos práticos
 - Correção dos testes no quadro
 - Sites
 - Reportagens e pesquisas
 - Histórias
 - Desafios
-

Período 3: 01/06 a 31/08

Conteúdos:

- Múltiplos de um número natural
- M M C
- Problemas envolvendo mmc e múltiplos
- Fração
- Transformação de fração imprópria em número misto e vice versa
- Frações equivalentes
- Propriedades das frações equivalentes
- Simplificação de frações
- Fração irredutível
- Redução de frações ao mesmo denominador
- Comparação de frações
- Adição, subtração, multiplicação e divisão de frações
- Expressões com frações envolvendo as 4 operações
- Técnica do cancelamento
- Números Inversos
- Fração de um número
- Problemas com frações
- Fração de fração

Procedimentos e recursos:

- **Jogo lógico**
- **Tangram**
- Papel quadriculado
- Correção dos testes no quadro

Período 4: 01/09 a 30/09

Conteúdos:

- Fração decimal
- Números decimais
- Transformação de números decimais em fração e vice versa
- Comparação de números decimais
- Representação gráfica e geométrica de números decimais
- Adição, subtração, multiplicação e divisão de números decimais
- Multiplicação e divisão de números decimais por potências de 10
- Problemas com números decimais
- Expressões com números decimais
- Expressões com frações e números decimais
- Probabilidade
- Problemas envolvendo probabilidade
- Porcentagem
- Cálculo da porcentagem
- Gráficos de barras
- Gráficos de setores
- Problemas aplicados ao comércio
- Representação gráfica e geométrica de porcentagem
- Sistema monetário

Procedimentos e recursos:

- **Jogo lógico**
- **Dados**
- **Baralho**
- **Moedas**
- Conta de luz

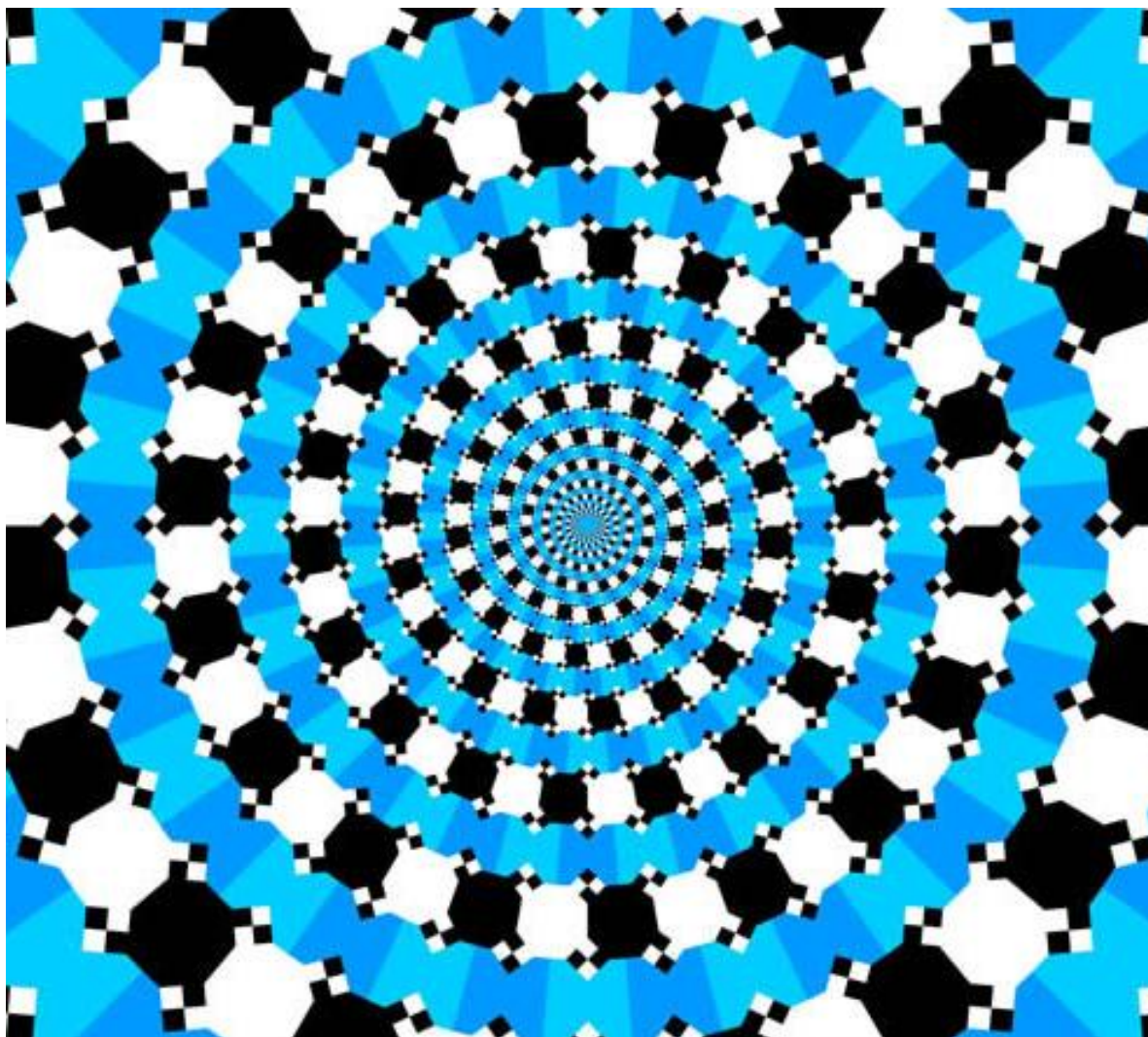
ANEXO D: MATERIAIS DE APOIO UTILIZADO EM SALA DE AULA

Figura 26 Não é um espiral

Fonte:<http://4.bp.blogspot.com/-wGg2X0hFbhA/TdHDPaevw0I/AAAAAAAAA>

[F0/3xrVyPQrDEU/s1600/nao-e-uma-espiral-e-ilusao-de-otica.jpg](http://4.bp.blogspot.com/-wGg2X0hFbhA/TdHDPaevw0I/AAAAAAAAA)

Qual círculo central é maior?

R. Os dois são do mesmo tamanho.

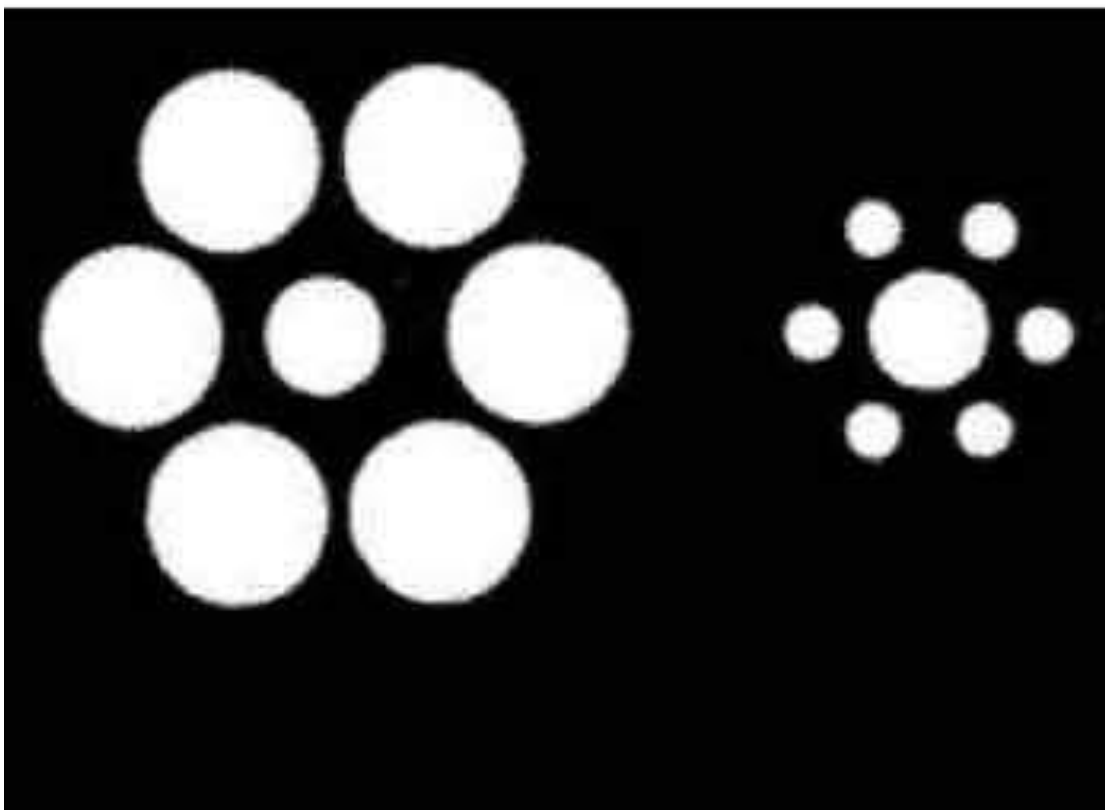
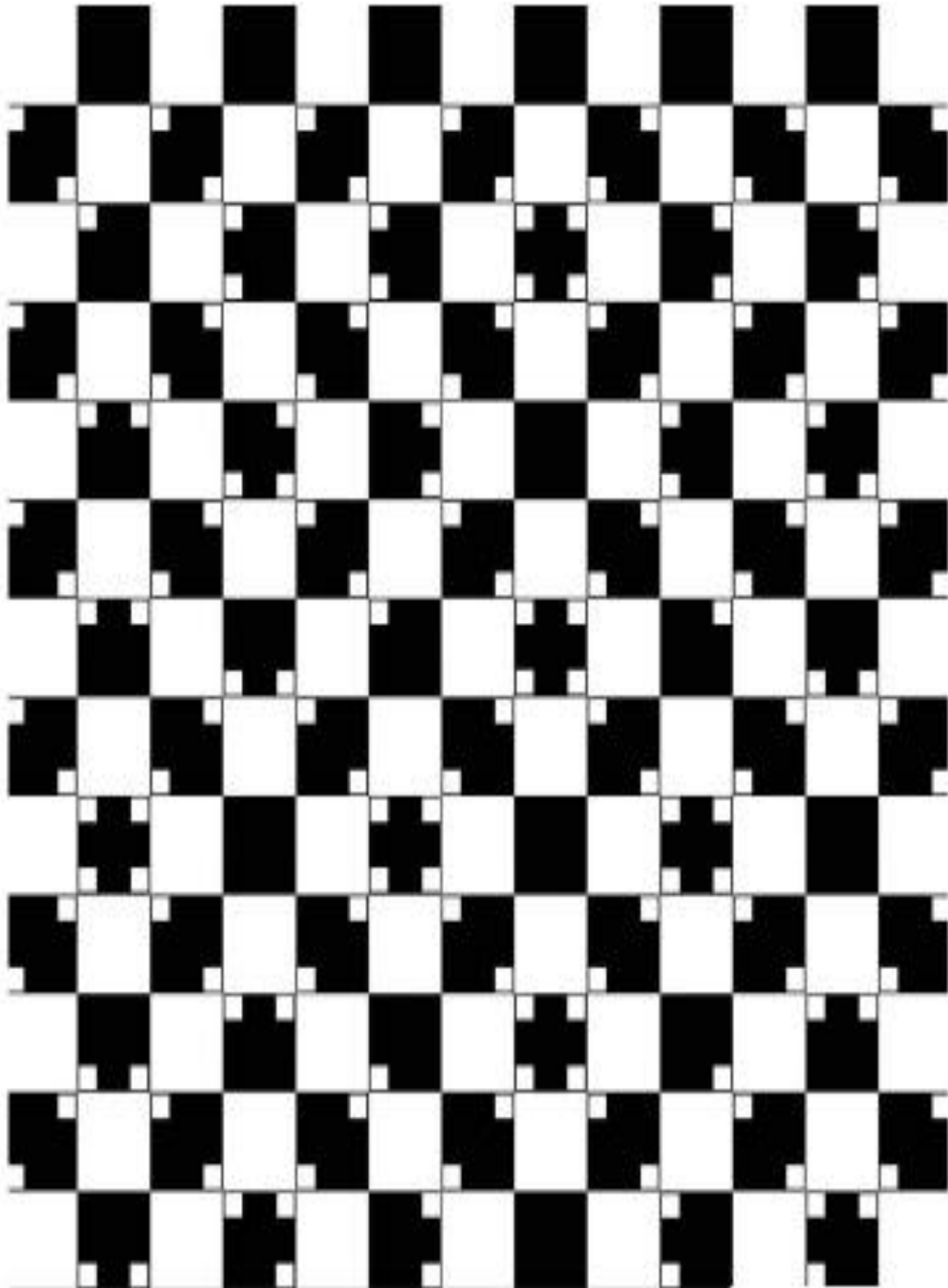


Figura 27 Qual o círculo maior?

Fonte: <http://hypescience.com/incriveis-ilusoes-de-otica/>

Linhas tortas 1

*Figura 28 Linhas tortas1*

Fonte: <http://hypescience.com/incriveis-ilusoes-de-otica/>

Linhas tortas 2

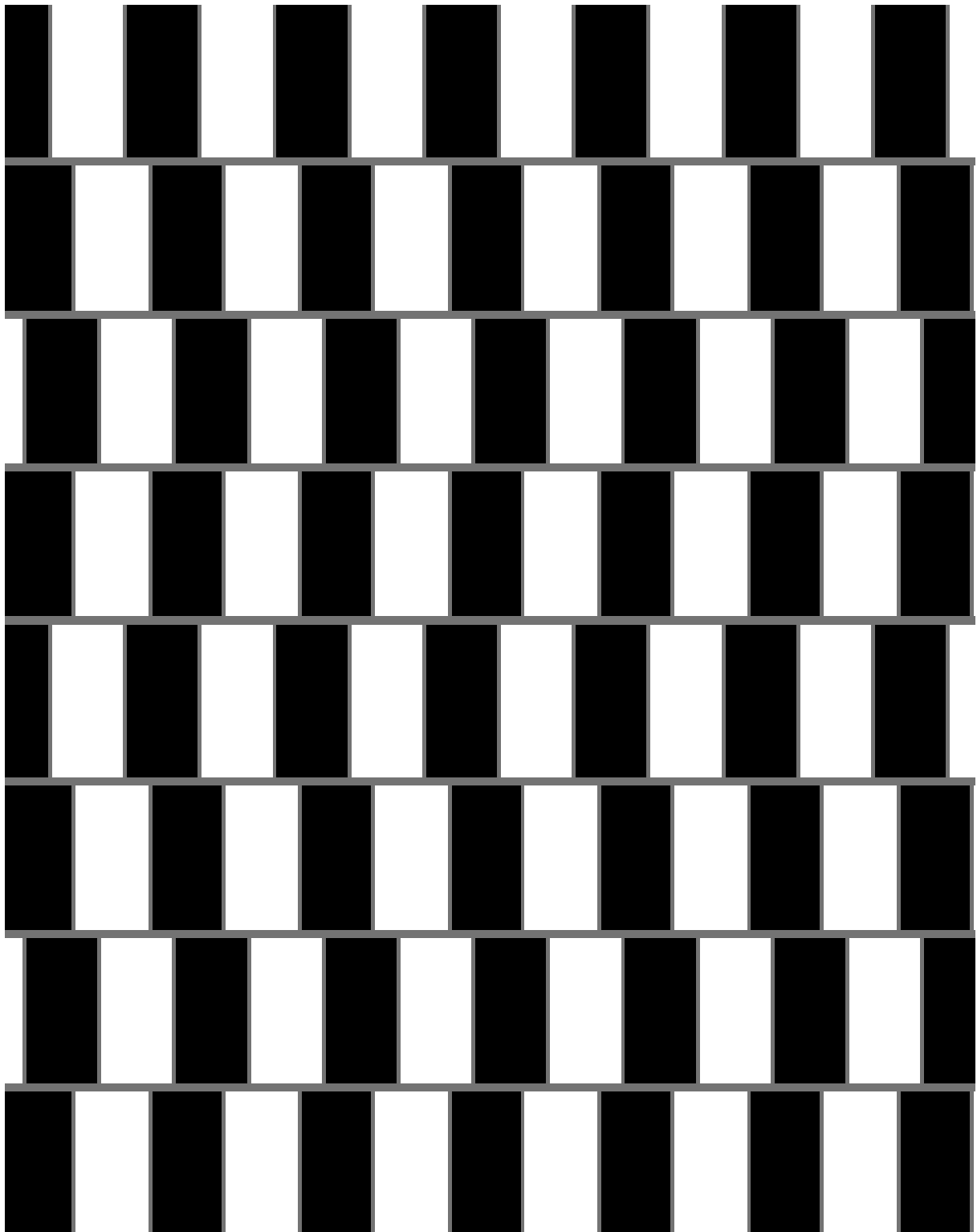


Figura 29 Linhas tortas2

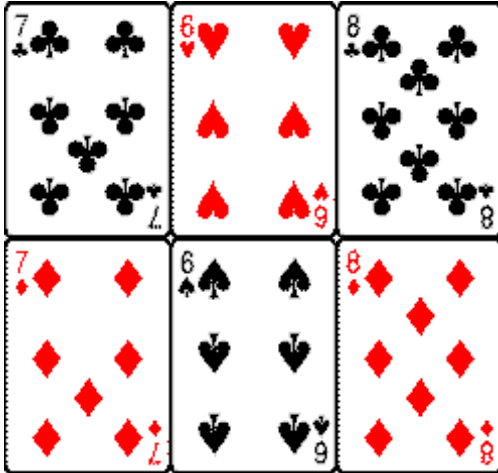
Fonte: <http://hypescience.com/incriveis-ilusoes-de-otica/>

Utilizando seus conhecimentos matemáticos, insira símbolos de modo que a igualdade fique correta:

2	2	2	=	6
3	3	3	=	6
4	4	4	=	6
5	5	5	=	6
6	6	6	=	6
7	7	7	=	6
8	8	8	=	6
9	9	9	=	6

Truque de cartas:

Escolha uma das cartas. Memorize-a



desça quando já a tiver memorizado, pense na carta durante 20 segundos;
O mágico vai ler o seu pensamento! Desça passados 20 segundos;



O grande mágico removeu a sua carta!

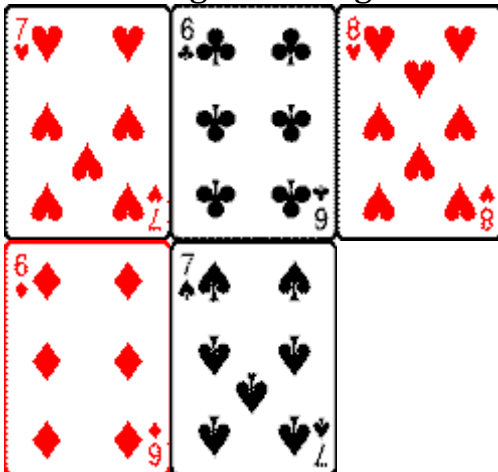


Figura 30 Truque com cartas

Fonte: <http://km-stressnet.blogspot.com.br/2009/08/truco-de-cartas-truque-de-cartas.html>

1. Pensa num número com 2 algarismos (por exemplo : 83)
2. Subtrai os 2 algarismos do número original (exemplo : $83 - 8 - 3 = 72$)
3. Procura na lista o resultado e fixa o símbolo correspondente.

Concentra-te muito nesse símbolo. Clica no campo cinzento e os teus pensamentos serão lidos.



99	☼	98	■	97	☼	96	○	95	♁
94	○	93	☼	92	☼	91	☼	90	☼
89	✚	88	◆	87	☼	86	♁	85	♁
84	☼	83	■	82	☼	81	✚	80	♁
79	♁	78	♁	77	♁	76	◆	75	♁
74	☼	73	♁	72	✚	71	♁	70	♁
69	♁	68	♁	67	♁	66	☺	65	♁
64	♁	63	✚	62	♁	61	♁	60	♁
59	☼	58	●	57	☼	56	✚	55	♁
54	✚	53	●	52	♁	51	♁	50	◆
49	♁	48	♁	47	●	46	♁	45	✚
44	☼	43	♁	42	✚	41	♁	40	☼
39	♁	38	□	37	♁	36	✚	35	♁
34	♁	33	☼	32	☼	31	☼	30	♁
29	♁	28	☼	27	✚	26	♁	25	☺
24	♁	23	□	22	☼	21	♁	20	♁
19	♁	18	✚	17	♁	16	♁	15	♁
14	☼	13	○	12	♁	11	♁	10	◆
9	✚	8	♁	7	■	6	♁	5	♁
4	○	3	✚	2	☼	1	☼	0	✚

Figura 31 Leitor de mentes

Fonte: http://www.aparece.com/leitor_de_mentes.htm